JUAN RIUS-CAMPS

LA IRREVERSIBILIDAD
Y
EL CAOS

8 DE DICIEMBRE DE 2009

EDICIONES ORDIS

EDICIONES ORDIS
GRAN VÍA DE CARLOS III 59 . 2º . 4ª
08028 BARCELONA

JUAN RIUS – CAMPS
8 de Diciembre de 2009

LA IRREVERSIBILIDAD Y EL CAOS

ÍNDICE

CAPÍTULO I p. 9

LOS FUNDAMENTOS COSMOLÓGICOS DE LA MECÁNICA Y LAS LEYES FUNDAMENTALES DE LA DINÁMICA

INTRODUCCIÓN p. 9

MATERIA Y FORMA p. 10

CAPÍTULO II p. 33

DINÁMICA DE SISTEMAS MACÁNICOS IRREVERSIBLES

INTRODUCCIÓN p. 33

SISTEMA DE PUNTOS MATERIALES p. 34

A. FUNDAMENTOS p. 34

B. ESTUDIO ANALÍTICO DE LA EXPRESIÓN DE LA FUERZA EN LA NUEVA DINÁMICA (ND) p. 37

C ENTROPÍA: SEGUNDA LEY FUNDAMENTAL p. 44

D SENTIDO CINEMÁTICO DE LA VELOCIDAD ANGULAR ω* p. 50

CAPÍTULO III p. 59

ECUACIONES DE ONDA
Y "ECUACIONES DE MAXWELL"

A. DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA CUANDO *Up = Up(P, t)* p. 59

B. DEDUCCIÓN DE LAS "ECUACIONES DE MAXWELL" p. 67

CAPÍTULO IV p. 74

NOTAS COMPLEMENTARIAS.

A. CONDICIÓN DE FUERZA CENTRAL (ND) p. 74

B. CONDICIÓN DE FUERZA CENTRAL *(Caso singular de espiral logarítmica)* p. 75

C. FUERZA CENTRAL *(Expresada en coordenadas polares)* p.78

81

CAPÍTULO V p. 81
IRREVERSIBILIDAD Y CAOS

CAPÍTULO VI p. 110

PRUEBAS EXPERIMENTALES

CAPÍTULO I

LOS FUNDAMENTOS COSMOLÓGICOS DE LA MECÁNICA Y LAS LEYES FUNDAMENTALES DE LA DINÁMICA

INTRODUCCIÓN

Para expresar nuestro punto de partida se hace preciso afirmar que éste no ha sido mayormente físico sino filosófico, en el sentido de la Metafísica de la Naturaleza o Cosmología, es decir, en la vía abierta desde hace siglos por ARISTÓTELES, continuada por TOMÁS de AQUINO y otros pensadores. Exponemos a continuación la primera parte de nuestro estudio: *Los Fundamentos Cosmológicos de la Mecánica y las Leyes Fundamentales de la Dinámica* (editado en el *Anuario Filosófico* de la Universidad de Navarra. Pamplona 1976), donde quedan de manifiesto estas ideas[1]:

Han transcurrido bastantes años desde su publicación y se ha hecho necesaria su revisión ha la luz de la investigación llevada a cabo. Se han mejorado algunos puntos oscuros y cambiado planteamientos teóricos del momento, basados aún en el esfuerzo por mantener la validez de la Mecánica Clásica (MC), pues se estaba lejos de la formulación de una Nueva Dinámica (ND), cosa que se consiguió en 1985[2] y se terminó en 1995 juntamente con la publicación de las primeras pruebas experimentales[3]. Los aspectos *filosófico-cosmológicos* permanecen inalterados y la DC pasa a ser una parte restringida de esta ND.

---

[1] *Los Fundamentos Cosmológicos de la Mecánica y las Leyes Fundamentales de la Dinámica*, Ed. Anuario filosófico, Universdad de Navarra. Pamplona. 1976.

[2] *Dinámica de Sistemas Mecánicos Irreversibles.* Barcelona. Primera edición 1985.. Este estudio, ampliado y revisado, constituye el contenido de los **Capítulos II, III y IV** del presente trabajo.

[3] *El Vuelo del Abejorro.* "Investigación y Ciencia". Barcelona, Febrero de 1986. Este artículo expone las pruebas experimentales realizadas con himenópteros: *Bombus terrestris* ("Bumblebee") y con Dípteros: *Calliphora vomitoria..*

Como se expondrá, el resultado fundamental de este nuevo planteamiento *cosmológico-dinámico* es la ***irreversibilidad de la trayectoria de un punto material*** y su primera e inmediata consecuencia: ***la presencia del CAOS en el mundo dinámico.*** De ahí el título del presente estudio que se expone ampliamente en el **Capítulo V.**

MATERIA Y FORMA.

1. Los co-principios, *materia* y *forma*, en que se cimienta la Metafísica de la Naturaleza o Cosmología pudieran parecer, a algunos, simples elucubraciones históricas que, a partir de la antigüedad clásica centrada en ARISTÓTELES, han llegado hasta nuestros dias, que ya no precisan para nada -y menos en el quehacer científico- de esta infra-estructura. No deja de ser sorprendente, sin embargo, que los mejores pensadores de la física contemporánea, no se puedan deshacer de la Metafísica si no es con cierta violencia intelectual; primero, consigo mismos; luego, una vez convencidos y acostumbrados al nuevo dogma ideológico autofabricado, creído y recibido, en ocasiones sin crítica alguna, imponerlo a los demás. Otros, más honrados intelectualmente, acaban admitiendo la igualdad de derechos entre las opiniones que han recibido por educación y las que vislumbran como otras posibles opciones y que, en no pocos casos, son los cimientos inalterables de la Metafísica. Quizá sea conveniente intentar, poniendo nombre propio a las ideas, exponer algunos de esos intentos antimetafísicos junto con ejemplos del redescubrimiento de la perenne verdad que yace en la misma estructura de la realidad física y del pensar del hombre. Es la expresión del fracaso del *mecanicismo* moderno, iniciado por DESCARTES, y de la "afilada navaja" de OCKHAM que no penetra hasta el íntimo ser de las cosas ni la profundidad, analíticamente informulable, del alma del hombre, sede de la inteligencia -limitada por la materia y la temporalidad- que trasciende la realidad experimentable. La ley de *causalidad*, centro de la Cosmología, es el punto en que se establece el debate. Mientras LAPLACE afirmaba que "debemos considerar el estado presente del Universo como el efecto de su estado anterior y como la causa del que siga", MACH se encuentra en la polaridad contraria: "no hay causa ni efecto en la naturaleza; la naturaleza simplemente es, ya que la conexión entre causa y efecto sólo existe en la abstracción que hacemos con el fin de reproducir, mentalmente, los hechos". MAX PLANCK es más moderado: "puede decirse que la ley de causalidad es, ante todo, una hipótesis... pero aunque sea una hipótesis, se trata de una hipótesis fundamental, que representa el postulado necesario para dar sentido y significado a la aplicación de todas las hipótesis en la investigación científica".

El principio de causalidad va directamente unido al concepto de *determinismo*. Para algunos, "la ciencia, en el pasado, es una descripción y, en el futuro, una creencia" (KARL PEARSON); se trata de una mera *probabilidad* de coincidencia. LOUIS DE BROGLIE diría, "el muro del determinismo tiene una fisura cuyo ancho viene expresado por la constante de PLANCK". Pero esta *indeterminación* no es metafísica sino puramente experimental; sin embargo no faltan los que le han dado un carácter trascendente, sacándolo, incluso, del marco de la física para aplicarlo al espíritu -que por supuesto niegan- y entonces la verdad ya no es única, se reduce a un puro "argumento de plausibilidad": es el positivismo llevado a las mismas entrañas del pensar: GUSTAVE JUVET[4] deja la posición indeterminista en su lugar exclusivamente experimental: "la observación o la experiencia no pueden expresar fenómenos físicos en el lenguaje del espacio y del tiempo con un rigor indefinidamente perfectible; las aproximaciones sucesivas de la experiencia y de la teoría tienen en él un límite; no pueden encerrar la realidad en las redes de mallas, cada vez más pequeñas, porque es imposible que su fabricación sobrepase una tenuidad medida por el número *h*". HEISENBERG formuló su famoso "Principio de Indeterminación" y no pretendió darle más alcance que el puramente experimental; "con la indeterminación, no niega toda causalidad, como tampoco EINSTEIN niega con la relatividad la mecánica clásica. Ambos proponen una crítica más severa y un afinamiento de nuestros conceptos"[5].

Otra idea que repugna, físicamente considerada, es que esta causalidad, necesaria entre el agente y su efecto, pueda darse sin *contacto*, sin *nexo* entre ambos. Nexo que debe ser real, físico; no basta la relación meramente nocional; sin embargo, tal posibilidad depende del concepto de causa que se admita. Antes se trataba de la existencia de la idea causal; ahora se trata -admitida ésta- de cómo actúa: ahí vuelven a dividirse las opiniones: unos admitirán la *causalidad material*, la "res extensa" cartesiana; otros irán más lejos, se quedarán con lo puramente fenomenológico y el apriorismo espacio-temporal de IMMANUELE KANT. Algunos se fijarán el *aspecto formal* eliminando la realidad material: todo lo que es experimental es algo imponderable: la *energía*; son los seguidores, más o menos cercanos, de ideas leibnizianas y fundadores del *energetismo* que intenta ser una tendencia anti-mecanicista. Cuando los

[4] GUSTAVE JUVET, *La Structure des Nouvelles Théories Physiques.* París, Ed. Alcan, 1933, pág. 141.
[5] PAUL F. SCHURMANN, *Luz y Calor,* Madrid, Espasa-Calpe, 1948, pág. 148.

físicos quieren huir de esta trampa ideológica, caen entonces en el *positivismo* de AUGUSTO COMPTE: limitémonos a estudiar la relación entre fenómenos, podríamos oír, y dejemos las diatribas especulativas para los filósofos. No es raro hallar, incluso en manuales de física, expresiones tales como: "este modo de hablar es algo metafísico, puesto que la afirmación de que las estrellas fijas no están aceleradas rebasa nuestro conocimiento experimental presente"[6].

Para los primeros, el *nexo* sería puramente material, mecánico, y la materia puramente medible, *cuantificable*; para los seguidores de MACH vendría implícito en las transformaciones energéticas, la energía es lo único experimentable: nace una especie de materialidad imponderable equivalente a un formalismo material. El energetismo, que fundara LEIBNIZ, toma carta material de naturaleza en 1855 con RANKINE: es fruto de una crítica negativa al mecanicismo, partiendo de que todos los fenómenos físicos no son más que manifestaciones y transformaciones de energía, y le acusa de dar poca entidad al hecho experimental y excesiva a la hipótesis que, en la mente del físico, sustituye a la misma realidad. La energética de RANKINE no era idealista, como propusiera LEIBNIZ, sino "experimental, empírica, determinista, deductiva y matemática"[7]. Esta física energetista ya había sido iniciada por MAYER, aunque no se atrevió a negar la materia; fue MACH EL PRINCIPAL IMPULSOR DE ESTA DOCTRINA EN SU FAMOSA *Mecánica*[8]*,* en que desarrollaba esas ideas bajo el título de "explicación cinética animada de un espíritu antimetafísico" y añadirá que "la explicación mecánica de todos los fenómenos naturales no es más que un prejuicio de orden histórico".

En el fondo, ni RANKINE ni MACH, están demasiado lejos de DESCARTES, como no lo estaban COPÉRNICO, KEPLER, GALILEO, NEWTON o HUYGHENS. La doctrina mecanicista estaba empeñada, durante más de dos siglos, en construir un modelo matemático de la naturaleza, mediante el estudio de la materia y sus movimientos, siguiendo las Leyes Newtonianas que serían aplicables a las masas y movimientos, invisibles, de los átomos. Era una teoría puramente *cuantitativa*: primero una geometría de la naturaleza, seguida de una Mecánica analítica que completada con los conceptos de *masa, inercia, acción igual a reacción* (introducidos por GALILEO, NEWTON, HUYGHENS) condujeron al mecanicismo cuyos hallazgos, en parte, aún siguen en pie. Sin embargo, a mediados del XIX, tan soberbio edificio se tambalea: SADI CARNOT

---

[6] Charles KITTEL, y otros, *Mecanica Berkeley Physics Course*, vol. 1, pág. 60.
[7] P. F. SCHURMANN, *op. cit.*,pág. 208.
[8] E. MACH, *Mecánica,* editada en 1903.

descubre y formula el “Segundo Principio de la Termodinámica”: los fenómenos naturales no solamente son cuantificables sino que presentan una *asimetría*, un *sentido único* en su evolución: existe una cualidad que no pueden explicar las todopoderosas ecuaciones de la mecánica newtoniana: la *irreversibilidad* de los procesos naturales. Aquí aparece un aspecto, meramente formal, difícilmente cuantificable. La materia, por sí sola, no explica ni este aspecto ni que la energía se esfume para transformarse en otro tipo de energía: MAYER enuncia el “Primer Principio de la Termodinámica”, históricamente posterior al segundo (y que, según se supo años después de la muerte de SADI CARNOT, éste había descubierto mucho antes, como pudo probarse por sus manuscritos, entregados a la Academia de Ciencias Francesa, por su hermano –cuarenta y seis años más tarde– en 1878). Los energetistas intentan una solución mediante el formalismo energético; sin embargo su Cosmología, desprovista de materia, está basada en la *continuidad* de la energía y en el determinismo. Pero a fines del siglo XIX no había pruebas experimentales convincentes de la existencia del átomo, postulada desde LEUCIPO y DEMÓCRITO, pasando por GASSENDI; MACH podía seguir considerando superflua la hipótesis atómica.

Continuo, discontinuo, constituyen una constante polaridad desde los albores de la física y de la filosofía. PLANCK inclina definitivamente la balanza experimental en favor de este último aspecto: nace la *Mecánica cuántica* y el energetismo es abandonado.

EINSTEIN, con la afirmación de la equivalencia entre masa y energía: $E = mc2$, elimina la pretendida distinción entre el mecanicismo y las teorías energetistas. Finalmente, a partir de 1925 con DE BROGLIE y WERNER HEISENBERG, y más tarde con ERWIN SCHRÖDINGER y DIRAC, nace la *Mecánica ondulatoria*; se intenta lo que es mentalmente contradictorio: unir el aspecto material, corpuscular, discontinuo, con la visión ondulatoria, energética, continua (basada en un *substrato* o éter continuo). Llegamos nuevamente al positivismo, a los hechos experimentales; se prescinde de toda intuición sensorial y de las antiguas concepciones físicas, que buscaban un modelo imaginable, para dar una descripción totalmente abstracta -basada en valores perfectamente medibles- que nos da un modelo matemático de una realidad que se esfuma -en un análisis microcósmico- detrás del Principio de Indeterminación. El nexo causal es únicamente lógico-matemático: conceptos como “acción directa a distancia”, son perfectamente admisibles en un modelo de este tipo.

2. Al final, después de la ardua diatriba entre mecanicistas y energetistas, la moderna Mecánica Cuántica busca un apoyo más profundo, no puede quedarse a nivel de los hechos positivos, medidos en el laboratorio y encuadrados en un modelo matemático. La sistemática Kantiana encuadra muy bien con esa visión positivista-indeterminista de la realidad; así se expresa CARL F. VON WEIZSÄCKER[9]: "La insuficiencia de las opiniones ingenuamente realistas y positivistas, hoy en colisión con el sistema de KANT, encarna el planteamiento en la dirección tomada por KANT. Las soluciones que KANT ha dado a sus planteamientos básicos no aparecen, a la vista de la física moderna, ni verdaderas ni falsas, sino ambivalentes. Al tratar de ensayar aquí, llevados de la mano de los conocimientos de hoy, un discernimiento entre una interpretación recta y otra falsa de las tesis kantianas, establecemos un principio de crítica de la filosofía de KANT y, al mismo tiempo, un punto de partida para la ulterior elaboración filosófica de la física moderna". P. F. SCHURMANN[10], nos aclara, algo más, esa tendencia que será una "via media" entre DESCARTES y LEIBNIZ: "para KANT la experiencia nos da la información necesaria acerca de las cosas *en sí* que existen realmente, pero cuya única intervención en nuestro conocimiento es estimular nuestros sentidos y permanecer inaccesibles. Sobre estas impresiones, nuestra facultad de conocer, con su organización intelecto-sensorial, construye nuestra imagen del mundo. Para ello tiene como bases fundamentales de toda percepción, las nociones de *tiempo* y de *espacio* que son *formas* de nuestra sensibilidad. Con el entendimiento, que también tiene sus formas o *categorías*, damos forma y relacionamos las impresiones de la sensibilidad..." En esta Cosmología ciertas nociones son "a priori", dadas por la sensibilidad y por el entendimiento; ahí están el *espacio*, el *tiempo*, la *causalidad*. Esta visión del mundo se inicia en el pasado siglo con físicos tan eminentes como HERTZ que, siendo partidario de MACH en algunos aspectos, coincide con KANT al afirmar que "las imágenes que nuestro intelecto construye deben satisfacer las condiciones de admisibilidad, de exactitud y de conveniencia. Mientras la exactitud está fijada por la experiencia, la admisibilidad está librada a nuestro intelecto y como condición *a priori"*[11].

Los energetistas defendían una posición basada en el baluarte del "Segundo Principio" termodinámico, que tenía difícil entrada en el mecanicismo; sin embargo, con la teoría cinética de gases de MAXWELL,

---

[9] C. F. VON WEIZSÄCKER, *La Imagen Física del Mundo*, Madrid, Ed. B.A.C., 1974, págs 76 y ss.
[10] P. F. SCHURMANN, *op. cit.*, pág. 205.
[11] P. F. SCHURMANN, *op. cit.*, pág. 211.

BOLTZMANN y GIBBS, y el concepto estadístico de *entropía*, desaparecieron estas dificultades; por si fuera poco, el triunfo del atomismo proclamado definitivamente por OSWALD[12], frente a la continuidad, dejaba fuera de combate la Cosmología energética. Los mecanicistas habían triunfado definitivamente... La cuantificación de la materia y las poderosas leyes determinísticas -aunque fueran estadísticas- daban razón suficiente de nuestro Cosmos. Así hasta los años 30, en que se abre camino otra visión del Microcosmos, dada por el "Principio de Incertidumbre" Heisenbergiano. El mecanicismo es incapaz, también, de englobar toda la razón de ser del mundo real. La moderna Mecánica Cuántica se mantiene en una postura meramente positiva no vaya a caer también en una *cristalización* tan inconveniente como las precedentes. Sin embargo, es tentación constante del científico buscar la *unidad* de las cosas; así se expresaba E. POINCARÉ: "la ciencia se acerca a la unidad, condición necesaria de su posibilidad". A menudo el hombre olvida de donde parte el impulso motor de sus investigaciones, aquello que realmente las hace posibles: la búsqueda de *algo*, que al mismo tiempo se presenta al entendimiento como apetecible por la voluntad: algo que es *bueno*; pero este acercamiento a la realidad no puede hacerse sin ninguna ley, con los datos meramente experimentales, es preciso que exista una *unidad*, dada por leyes que distingan el comportamiento *verdadero* de las cosas y excluyan la falsedad, el error. Así llegamos a *lo que es* en sus diversas manifestaciones: y nos conduce al ser de las cosas englobado en los cinco *trascendentales,* puntales de la auténtica Metafísica de la naturaleza.

La Metafísica Aristotélico-tomista, a partir de OCKHAM y DESCARTES, fue duramente atacada; no por su insuficiencia, por nadie probada, pues sus cimientos son tan sólidos que sus negadores -si son consecuentes- niegan sus propios puntos de partida para destruirla; fue atacada quizá por el deseo de novedad, por el intento de no tener una plataforma, *única*, para todos los pensadores; por la soberbia de no admitir una "filosofía perenne", base del buen pensar. Además, en no pocas ocasiones, la *verdad* repugna a quien no se comporta según ella: los hombres a menudo han buscado "un conjunto de falsos doctores que lisonjeen sus bajas pasiones"[13] y SÓCRATES tuvo que beberse la cicuta por su sabiduría frente a los sofismas de sus detractores.

Los físicos, los científicos en general, están más cerca de la perenne verdad, de la Metafísica, que muchos filósofos: corrientemente ni se plantean tales problemas, sino es al fin de su vida y como resultado de una

[12] Bien a pesar suyo, pues era autor de la obra titulada: *La Derrota del Atomismo*.
[13] 2 *Tim.* 4, 3-4.

reflexión profunda sobre sus propios conocimientos físicos: así C. VON WEIZSÄCKER, BONDI, LEMAITRE, W. HEISENBERG. Sin embargo, son hombres de su tiempo y están influidos por las ideas en boga, como lo estaban PARMÉNIDES y PLATÓN, SAN AGUSTÍN y su amigo, maniqueo, FAUSTO. Algunos logran desenmascarar errores fundamentales y entonces nace una nueva visión que sustituye a la anterior (en el campo de la física por ejemplo), pero estos cambios suponen, frecuentemente, una toma de postura filosófica como se ha visto en el estudio que precede. Los físicos actuales no son excepción y buscan con avidez una infraestructura que dé unidad a sus conocimientos. En el ambiente en que han nacido y vivido, en la mayor parte de los casos, la Metafísica no sólo está "desacreditada" o se la mira con recelo, sino que ni siquiera se la conoce. ARISTÓTELES, PLATÓN, PARMÉNIDES, vislumbraron e incluso llegaron al conocimiento de los *cinco trascendentales, de la causalidad* y de los co-principios *materia-forma,* que explican la unidad y multiplicidad de los seres... Llegaron a estas conclusiones pagando "un gran precio", en medio de un mundo lleno de *mitos* y de *sofistas* cuya característica intelectual más sobresaliente era el afán de novedades[14]. Con el advenimiento de CRISTO vino la Verdad al mundo y lo que antes sólo se lograba "a gran precio", a partir de ese momento "se tiene por nacimiento".

Ante ese ambiente actual en que se desarrolla la ciencia y en el que la Metafísica ha perdido su lugar, no es extraño que se hable de *ambivalencia,* de *relativismo,* y se llegue a una desconexión de la realidad. La filosofía kantiana tiene todas las características de una pseudo-metafísica en la que el ser de las cosas ya no es objetivable: la realidad misma queda desconectada. De ahí las preferencias honestas de muchos físicos contemporáneos, de gran talla, por esta visión cosmológica que les presta la Ontología que les falta.

Las cuatro causas aristotélicas: *causa materialis, formalis, efficiens, finalis,* han quedado muy empobrecidas: la primera es inaccesible y la formal y final quedan identificadas con el agente que, con base en sus "categorías", es la única causa y se halla, además, fuera de la realidad física. C. F. VON WEIZSÄCKER[15] lo expresa así: "La Edad Moderna no conoce otra causa más que aquella que se halla fuera de la cosa. De este modo se eliminan, en primer lugar, las dos primeras causas, las cuales se hallan presentes en la cosa misma; materia y forma designan, según esta manera de hablar, la esencia, pero no la causa del objeto. De esta manera

---

[14] 2 *Tim*. 4, 3.
[15] C. F. VON VEIZSÄCKER, *op. cit.,* pág. 165.

de hablar, así modificada, brota la polémica de los científicos de la naturaleza a comienzos de la Edad Moderna, falseando el sentido original de ARISTÓTELES y en contra de la tesis escolástica de que las formas sustanciales, o las cualidades, podrían ser causas... Si el saber es poder, ha de conocer, ante todo, los medios de producir las cosas y los fenómenos, o al menos ha de influir en ellos. Ha de conocer la *causa efficiens* de cada uno. El criterio para saber si conoce verdaderamente la *causa efficiens*, es que pueda predecir correctamente el hecho desencadenado por ella. De este modo se ha transformado tanto el concepto de causa, que en la ciencia natural moderna el principio de causalidad se vino a identificar justamente con el principio de plena predicabilidad de los fenómenos naturales. La expresión matemática de este concepto de causalidad es la representación de los fenómenos naturales por medio de ecuaciones diferenciales que exponen el cociente temporal diferencial de las magnitudes, que caracterizan el estado de la cosa, por medio de estas mismas magnitudes; el estado determina, de un tiempo a otro, incluso su variación temporal". La matemática moderna postula que no existe diferencia entre la determinación eficiente y final de un proceso. El último reducto de la antigua causalidad metafísica es la *forma matemática* en que se apoya la física: una especie de *causa formalis* extra material; pero la Metafísica queda mutilada de tal manera que más bien es pseudo-metafísica, como se ha afirmado antes. En el fondo, todo el valor formal de la física, dejando aparte el nebuloso contacto con la realidad a través del fenómeno y de las "categorías" espacio-temporales de la sensibilidad, está en la ciencia matemática (no olvidemos que KANT era matemático y sus errores provienen de aplicar a la filosofía los métodos válidos para objetos puramente matemáticos). Así se comprende el intento de HILBERT[16] de reducir la lógica a una *meta-matemática* (palabra acuñada por él mismo), un sistema formal *consistente y completo*: una fundamentación absoluta de los métodos y teoremas de la matemática. Sin embargo, el teorema de GÖDEL implica que tal sistema no es, simultáneamente, *consistente* y *completo.* La física contemporánea se ha refugiado en KANT, por un tiempo parece estar segura; los mecanicistas fueron desalojados por el "Principio de Incertidumbre". ¿Qué otro Principio puede desacreditar esa, ya antigua, postura filosófica? precisamente la insuficiencia de la meta-matemática antes apuntada. A. DOU[17] lo expresa así: "El teorema de GÖDEL se ha generalizado en diversas direcciones y, en general, la lógica matemática está hoy en un período de desarrollo extraordinario. Desde el punto de vista de los fundamentos de la matemática la importancia del

[16] Alberto DOU, *Fundamentos de la Matemática,* Barcelona, Ed. Labor, 1970, pág. 105.
[17] *bidem*, págs. 109 y 110.

teorema es evidentemente extraordinaria y esencialmente significa que hay que renunciar al optimismo que había manifestado HILBERT en un principio... También parece obvio que el teorema de GÖDEL supone cierta *limitación* del poder deductivo de la lógica. Algo así como el Principio de Indeterminación de HEISENBERG en Mecánica Cuántica, pero aquí, al parecer, en el plano mucho más abstracto y profundo de la matemática o lógica pura... A veces parece que se interpreta el hecho de que sepamos que la interpretación de la fbh (*fórmula bien hecha*) es verdadera, a pesar de ser independiente en (el sistema) S, como si la inteligencia humana, y consiguientemente la capacidad del cerebro humano, estuviera por encima de todo lo que pudieran dar de sí los calculadores artificiales; pues se admite la identificación de las funciones computables, por un computador, con las funciones recursivas y éstas son precisamente las representables en S. Se concluye, entonces, que el hombre en su función cognoscitiva o intelectiva no puede ser, ni siquiera en teoría, totalmente sustituido por máquinas o robots. Todo esto parece que de momento es en efecto así".

3. Ni el mecanicismo, ni el energetismo, ni la postura última analizada de corte kantiano, pueden dar razón suficiente de la realidad material que se les escapa o, lo que es todavía más grave, aunque se prescinda de la accesibilidad a la misma, lo que entonces se esfuma es la propia realidad pensante. ARISTÓTELES inicia, y SANTO TOMÁS completa, la más potente y congruente Cosmología con la intuición genial de la doctrina del *acto* y la *potencia*, aplicable a los dos niveles del ser: el puramente entitativo, que comprende el modo más general de ser, que incluye *todos* los seres –materiales y espírituales– con la clara distinción de los co-principios, *esencia* y *existencia;* y el puramente material, con la composición de *materia* y *forma*, que constituyen los co-principios del ser corpóreo. Dios trasciende los dos niveles, el hombre trasciende la materia: la super-máquina pensante, como lo quisieran reducir algunos, se escapa de la materia, incluso de la lógica: su forma sustancial es *espiritual*; es una realidad con unas cualidades que esquivan toda experiencia cuantificable y todo intento de formulación "consistente y completo".

En el mecanicismo, al prescindir de la causa formal, se le escapan las *cualidades* de los seres corpóreos; sólo indirectamente –a través de las Leyes de la Naturaleza– cabe un acercamiento a las mismas en forma cuantificada. Pero la experiencia nos muestra que lo que *"primo et per se"* conocemos son, precisamente, esas cualidades. En las formulaciones energetistas y fenomenológicas, las cualidades, que están en la línea de la causa formal, quedan desconectadas de la realidad física; que deja de ser la realidad accesible, objetivable, cuyas cualidades son objetivas, es decir, son el “sello del artista” que las ha plasmado. Las Leyes de la Naturaleza, conocidas y formulables, no son suficientes para dar cuenta de *todas* las cualidades de los seres: existe un *exceso de ser* que no puede formular ninguna teoría, aunque sea con el recurso a procesos probabilísticos, a los que tan acostumbrados nos tienen ciertos científicos, que requieren miles de millones de años (incluso billones si fuera preciso) para llevarse a cabo, y que nos recuerdan los números fabulosos de las cosmogonías indostánicas.

Hay ideas, que durante años se han considerado como acientíficas, y que expresan ese “exceso de ser”, además de las insuficiencias señaladas en el presente estudio. La más importante es la Creación *“ex nihilo”,* por un Ser trascendente, DIOS. Otra idea sería la existencia de un alma, trascendente, en el hombre. Respecto a la primera, cada vez son más numerosos los científicos a los que la hipótesis existencial de un tiempo t = 0 , es decir, “el comienzo de los tiempos”, no repugna sino que es, por lo menos, tan científica como la no existencia de principio. BONDI[18] se expresa así:

“Hablando en general, han sido dadas tres respuestas a la cuestión del principio, y las opiniones sobre los méritos relativos de cada una se encuentran muy divididas:

a) El principio es un punto singular en la frontera de la ciencia física. Cualquier cuestión relativa a su naturaleza o a sus antecedentes no puede ser contestada por la física y por consiguiente no es de carácter pertinente a ella.

b) El principio fue un estado especialmente simple; el más simple, armonioso y permanente que pueda pensarse. Dentro de él se encontraban, sin embargo, los orígenes del crecimiento y evolución que en algún momento, indefinido, iniciaron la cadena de complicados procesos que lo han convertido en el Universo que conocemos.

c) No hubo principio. A gran escala el Universo probablemente permanece inmutable o quizá sufriendo cambios cíclicos. En todo caso su edad es infinita.

Más adelante se verá el proceso por el cual se alcanzan estas tres distintas respuestas. De momento baste decir que una teoría debe, por lo menos, conducir al *problema de la creación* y que las opiniones difieren en cuanto a la naturaleza de la respuesta concreta”.

[18] H. BONDI, *Cosmología,* Barcelona, Ed. Labor, 1970, pág. 17.

Para identificar esta disparidad de opiniones actual frente a la idea de Creación, puede servir la siguiente anécdota relatada por C. F. VON WEIZSÄCKER[19]: "En 1938, cuando yo era un joven físico teórico en Berlín di una comunicación al *Physikalische Colloquium* de aquella universidad sobre la transmutación de los elementos en el Sol... yo estaba muy orgulloso de mi descubrimiento, y para demostrar su plausibilidad subrayé el punto de que podía asignar al Sol una edad que ajustara muy bien en la edad del Universo, obtenida mediante interpretación de los espectros de las nebulosas, idea que entonces era muy reciente. Pero en este punto tropecé con la violenta oposición del famoso físico-químico WALTHER NERNST, que pertenecía a una generación anterior y que ocupaba entonces la cátedra de física de dicha Universidad. NERNST dijo que la opinión de que podía haber una edad del Universo no era ciencia. Entonces explicó que la duración infinita del tiempo era un elemento básico de todo pensamiento científico, y que negarla sería negar los fundamentos mismos de la ciencia. Tal idea me sorprendió mucho, y aventuré la objeción de que era científico formar hipótesis acordes con las insinuaciones de la experiencia y que la idea de la edad del Universo era una de esas hipótesis. Él replicó que no es posible hacer hipótesis científicas que contradigan los fundamentos mismos de la ciencia. Estaba muy enojado... Lo que me impresionó de NERNST no fueron sus argumentos, en los que temo que sigo creyendo que no había sustancia; lo que me impresionó fue su enojo. ¿Por qué estaba irritado? ¿Qué intereses vitales del hombre WALTHER NERNST, que había nacido a fines del siglo XIX, y estaba seguro de morir en el XX, qué intereses vitales de ese hombre podían ser violados por la posibilidad de que el Universo no hubiera existido desde un tiempo infinito, sino que hubiera empezado su existencia hacía cinco mil millones de años?... Ni el platónico, creyente en la inmortalidad del alma, ni el cristiano, creyente en la resurrección en una tierra nueva, bajo un nuevo cielo, se sentirán turbados por el descubrimiento de que este mundo material pudiera tener una duración finita por razones inmanentes. Creo que no me equivoqué al suponer que NERNST, como en general los científicos de su generación, no era hombre positivamente religioso, y me pareció (y aún me parece) natural la conclusión de que en su estructura mental el Universo infinito e imperecedero había ocupado el puesto del Dios eterno y del alma inmortal".

Hemos visto que uno de los postulados más sólidos de la física actual es la *Primera Ley Fundamental* de la Mecánica: la conservación de la

[19] C. F. VON WEIZSÄCKER, *La Importancia de la Ciencia,* Barcelona, Ed. Labor, 1968, pág. 140.

energía, mejor dicho de la *masa-energía,* después de la identificación einsteiniana $E = mc^2$, admitida con la misma solidez; con las excepciones de las teorías que, para mantener constante la densidad de materia-energía en un Universo en expansión, proponen la creación constante de la misma; así la "teoría del estado fijo" de BONDI y GOLD (1948)[20] y la de HOYLE, que parte de las ecuaciones de campo de la Relatividad General modificadas convenientemente. Sin embargo no existe, al parecer, confirmación experimental de esta creación constante y, en cualquier caso, no se trata de la creación *"ex nihilo"*, sino de una hipótesis. Queda claro, sin embargo, que todas las Cosmologías tropiezan con este hecho creacional, como advierte el mismo BONDI.

Para nosotros, aunque pensamos es fundamental en Mecánica esa *Primera Ley,* no la tomamos en este sentido absoluto de creación *"ex nihilo",* pues a fin de cuentas esta observación se refiere a lo *cuantificable*, medible en el laboratorio. Nos parece más conveniente la hipótesis creacional de un *substratum* cosmológico, de un *continuum*, que sirva de apoyo necesario a toda teoría cosmológica: la *base inercial* que, implícitamente, aceptan todas las formulaciones cosmológicas, donde emplazar los "observadores fundamentales" de los que ninguna de ellas puede prescindir. Este *continuum*, lo postulamos en oposición a lo *discontinuo, cuántico,* que es el objeto de toda medida experimental. Además, como se expuso en un trabajo anterior[21] , los postulados que definen las propiedades de este *continuum* serían los siguientes:

a) *"Existe el continuo"* (en último extremo creado *"ex nihilo"* por Dios). Realmente sería lo único material existente. El substrato cosmológico vendría a ser su traducción física.

b) *"El continuo admite discontinuidades".* Constituirían lo que llamamos materia-energía.

c) *"El continuo es metaempírico".* Lo que se experimenta, se mide, son sólo relaciones entre discontinuidades.

d) *"El continuo es indestructible".* Perecer, moverse localmente, es propio de lo discontinuo. Sólo podría perecer por decreto de su Creador. La introducción de discontinuidades en el seno del continuo sería el comienzo del Cosmos observable. El tiempo, entendido como "medida del

---

[20] Cfr. H. BONDI, *op. cit.*, pág. 159.

[21].Juan RIUS-CAMPS, *La Afirmación del Principio de Mach y sus Consecuencias Dinámicas,* Pamplona, E.T.S.A., 1975, págs. 10 y ss.

movimiento” desde ARISTÓTELES, es pura discontinuidad dinámica sucesiva; es el tiempo experimental, medible, de los físicos. El “comienzo de los tiempos” y el “fin de los tiempos” se refiere a este tiempo discontinuo, diferente de la “duración”, permanencia en el ser, propia del substrato cosmológico. Esta duración, por ser continua, no admite medida física, es metaempírica. No repugna que el substrato cosmológico, o continuo, no tuviera principio juntamente con el tiempo; pertenece a la Teología dar razón de este hecho. El enojo de NERNST, antes citado, queda físicamente fuera de lugar. El tiempo $t = 0$, hace referencia al inicio de la materia–energía, es necesariamente finito, pues es la medida de un número de discontinuidades dinámicas que se suceden idénticas, y no tiene sentido que este número sea infinito. En cambio el substrato, por ser continuo, podría haber tenido una duración infinita, es decir, no precisa de un comienzo ni de un final. Los cristianos sabemos que tuvo un comienzo por Revelación de Dios[22], pero no tiene por qué tener un final; en cambio sabemos que sí se dará el “fin de los tiempos”.

e) *“El continuo no fluye”.* El movimiento, entendido como variación topológica, es de lo discontinuo, cuántico. En este sentido el continuo no puede admitir discontinuidades espaciales infinitamente divisibles en acto: la materia energía está cuantificada, como sabemos desde PLANCK; lo mismo podemos afirmar del tiempo.

Podemos concluir de todo lo que antecede, que la cuestión del Fundamento Cosmológico de la Física, y en particular de la Mecánica, no es algo meta-científico como han afirmado no pocos, sino que es de capital importancia. De ahí el interés que tienen, en nuestra opinión, estas digresiones sobre los *Fundamentos Cosmológicos* de la física. En lo que sigue se expondrán, en sus líneas genéricas, las *Tres Leyes Fundamentales* de la Mecánica siguiendo la misma visión cosmológica.

Se ha tratado ya de la *Primera Ley Fundamental,* que hace referencia directa al aspecto cuantificable de la materia-energia; se apoya en el aspecto más material del ser de las cosas; la *cantidad*, primera expresión de la *materia,* que DESCARTES llamaría “res extensa” y confundiría con la *sustancia,* dando nacimiento al mecanicismo moderno. Sin embargo, y siguiendo fielmente a ARISTÓTELES y a SANTO TOMÁS, los seres corpóreos también poseen *cualidades,* objetivas, que dicen relación directa a la *forma sustancial* y no se pueden reducir a simples aspectos cuantificables. Son, como ya afirmamos al principio, lo que “primo et per se” conoce el sujeto. Estas cualidades *son* del objeto material, no una

[22] *Génesis,* I,1. “En el principio creó Dios el cielo y la tierra”.

creación derivada de las formas “a priori” de la sensibilidad y del entendimiento con base en una fenomenología estricta.

Si se descuida este segundo aspecto cualitativo, negándole la objetivabilidad, no sería nada extraño que la ciencia física perdiera posibilidades en su desarrollo, es decir, en su capacidad de conocer las profundidades de la Naturaleza. En el apartado que sigue, se intentará dar fundamento cosmológico a las que llamaremos *Segunda* y *Tercera Leyes Fundamentales* de la Mecánica, con base en las precedentes ideas y en la crítica de los Principios newtonianos desde la perspectiva de la Filosofía de la Naturaleza. Se completará la exposición en los capítulos siguientes.

4. Además de la conservación de la materia-energía, el siguiente aspecto fundamental del mundo físico es la cualidad de los cuerpos llamada *inercia*; desconcertante tanto para los físicos como para los filósofos[23]. ¿Es la inercia una cualidad inherente a cada cuerpo o es relativa a la presencia de los demás?. Y otra pregunta: ¿Es una propiedad de las masas en relación mutua, o es la relación que cada una de ellas tiene con el espacio entendido físicamente como *“substratum”*?. Leemos[24]: “en una teoría coherente de la Relatividad, no puede haber inercia en relación con el espacio, sino sólo inercia de las masa en relación de unas a otras”. NEWTON, en cambio, postulaba la existencia de un espacio, o substrato, absoluto[25]; le resultaba inaceptable una “acción directa a distancia” que, sin embargo, subyace en el “Principio de MACH”, aceptado por EINSTEIN como uno de los axiomas de su teoría de la Relatividad General que, por otra parte, no da cuenta suficiente de la inercia, real, existente en el Universo[26]: “Así, la inercia estaría *influenciada (beeinflusst)* con seguridad, pero no estaría *determinada (bedingt)* por la materia presente en el finito”, en palabras del propio EINSTEIN. “Después de un desinterés progresivo por la cuestión de la inercia, los cosmologistas de la generación contemporánea la pusieron de nuevo al orden del día: esto hace reparar en que, en ese punto, el fracaso de EINSTEIN no ha sido reparado y que nadie ha logrado dar una expresión matemática perfectamente satisfactoria del principio de relatividad de la inercia. Y de ahí que personas como HOYLE se sientan inclinadas a concluir que la verdad es que no ofrece mucho

[23] Cfr. J. MERLEAU-PONTY, *Cosmología del Siglo XX,* Madrid, Ed. Gredos,1971, págs. 42 y ss.

[24]*bidem,* pág. 53.

[25] Cfr. los *Principia Mathematica,* publicados por primera vez en 1686.

[26] Cfr. los *Principia Mathematica,* publicados por primera vez en 1686.

interés ese principio; y aunque fuese exacto, su valor eurístico y su fecundidad deductiva quedan muy limitados"[27].

Si se acepta el *substrato continuo,* la inercia no es más que la *respuesta* de éste a toda aceleración; no depende, como la gravitación, de la presencia –cercana o lejana– de otras masas, sino que es una propiedad del espacio físico, *extrínseca* a todo cuerpo. "Las estrellas lejanas", del Principio de MACH, no son la causa de la inercia por una *actio in distans* sino algo así como las balizas que nos indican la situación del *substrato* -directamente inexperimentable como hemos postulado- y lo mismo cabe decir de los marcos inerciales de laboratorio: giróscopo, péndulo de FOUCAULT, etc., que coinciden con el determinado por las estrellas lejanas, de manera tan exacta que excluye toda coincidencia. Esta inercia podría ser distinta en un Cosmos diferente del nuestro (suponiendo que existiera un procedimiento de comparación). También cabe pensar que en nuestro propio Universo –en gran escala– variará de un punto a otro, e incluso según la dirección que se considere; pero en la escala conocida nuestro Universo se presenta como *homogéneo* e *isotrópico.*

La "escuela de MACH", ante la pregunta de: ¿Qué pasaría si se suprimiera toda materia excepto un único cuerpo experimental: subsistiría la inercia? responde que no. Sin embargo, los partidarios de que ésta es una *cualidad* del substrato responderán afirmativamente. NEWTON sigue teniendo razón según muchos cosmólogos actuales. Pero su punto más débil es el Primer Principio: "un cuerpo aislado se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme"; se refiere a un punto material y es extensible al centro de masas (CM) si se trata de un sistema aislado; sin embargo este enunciado encierra contradicción, pues su movimiento es recto respecto a cualquier marco inercial, los únicos en que son válidos los tres Principios newtonianos, y estos referenciales son *externos* al sistema, aislado por hipótesis, y, en consecuencia, no pueden ser utilizados para afirmar que el movimiento será rectilíneo y uniforme. Vistas las cosas así, la *inercia* es una cualidad *externa* al sistema y las "fuerzas de inercia" de la Mecánica Clásica (MC), en lugar de "fuerzas aparentes", son *reales* y *externas* al sistema[28], supuesto referido a un marco inercial. Si el marco no fuera

[27] J. MERLEAU-PONTY, *op. cit.*, págs. 44 y ss.

[28] El "Principio de MACH" –equivalente desde el punto de vista práctico a la aceptación de un substrato– conduce a este resultado aunque MACH no lo hiciera así, probablemente llevado de su visión positivista, más exactamente empirio-criticista de la realidad. J. MERLEAU-PONTY en op. cit., pág. 298, dice: "En efecto, en la Dinámica Clásica ocurre que cuando un cuerpo está acelerado en relación con un sistema de inercia, fuerzas de inercia ficticias acuden a completar las acciones a las que está sometido; son ficticias porque la Dinámica no las atribuye, como las otras fuerzas, a una

inercial, es evidente que pueden aparecer fuerzas aparentes, en el pleno sentido de la palabra, como es bien sabido. La afirmación del "Principio de MACH" de que "las únicas aceleraciones que tienen sentido son las que se refieren al movimiento respecto a las estrellas lejanas", es decir, respecto a un marco inercial, viene a corroborar las precedentes conclusiones puesto que las "estrellas lejanas" son evidentemente externas al sistema. La afirmación de que "*no existen* sistemas inercialmente aislados" la denominamos *Tercera Ley Fundamental* de la Mecánica.

Algunos físicos han intentado probar la validez del Principio de MACH por caminos diferentes al Einsteiniano (y otras Cosmologías análogas), partiendo de un paralelismo con la teoría electromagnética de MAXWELL. Así D. W. SCIAMA[29] que tiene un precedente en FÉLIX TISSERAND (1872) que intentó, en base a su teoría, explicar el comportamiento anormal del perihelio del planeta Mercurio, pero fracasó en su intento. En fechas más recientes, los físicos BRANS y DICKE han pretendido dar comprobación experimental, íntegra, al Principio de MACH. Pero, para la mayor parte de los físicos por no decir todos, dicho principio continúa siendo una "mera conjetura no probada ni negada".

Se han expuesto y justificado la *Primera Ley Fundamental*: conservación de la materia-energía, y la *Tercera Ley Fundamental*: no existen sistemas inercialmente aislados; ¿Cuál puede ser la *Segunda Ley Fundamental*? Evidentemente el Segundo Axioma de la Termodinámica nos da ya alguna luz sobre su posible contenido, pero no es aplicable a problemas estrictamente mecánicos; éstos son siempre *reversibles* en el marco de la MC, mientras que aquél se refiere precisamente a la *irreversibilidad* de los procesos termodinámicos. Las fuerzas que actúan sobre una masa en movimiento vienen dadas por el Segundo Principio Newtoniano: la ecuación fundamental de la Dinámica, y las ecuaciones del movimiento que se derivan de ella son siempre reversibles respecto a la variable tiempo. Sin embargo, y siguiendo con la crítica metafísica (y por

---

acción del entorno. Ahora bien la experiencia demuestra que los sistemas de inercia están en descanso con relación a la materia lejana (por ejemplo: el plano de oscilación del péndulo de FOUCAULT permanece fijo con relación a las estrellas); entonces, el Principio de MACH requiere que lo que induce las fuerzas de inercia sobre el cuerpo experimental sea la aceleración relativa del cuerpo experimental con relación a esa materia que se supone, de modo global, en reposo".Nosotros afirmamos el Principio de MACH, pero no respecto a las estrellas lejanas, sino refiriendo la inercia al substrato-continuo, directamente inexperimentable, pero localizable gracias a los marcos inerciales que poseemos como referencia: las estrellas o galaxias, el péndulo de FOUCAULT, el giróscopo, etc.

[29] D. W. SCIAMA, *"On the origin of inertia", Monthly notices of the Royal Astr. soc.* (1953), nº 1 págs.34 – 39.

tanto con consecuencias físicas) a dichos Principios, resulta que cuando la aceleración es nula el Segundo Principio nos remite al Primero: el movimiento es rectilíneo y uniforme; pero sabemos que éste no es exacto, luego tampoco lo será siempre y necesariamente aquél. La expresión de la fuerza no tiene por qué ser, en general, tan simple: el vector *aceleración* multiplicado por una constante de proporcionalidad que denominamos *masa*. Como se expone en trabajos, cronológicamente posteriores a la primera publicación del presente en 1976, la masa puede variar con el tiempo cuando está sometida a un Potencial función de la posición y del tiempo, y en la expresión general de la *fuerza,* en la Nueva Dinámica (ND) que emerge, aparecen términos nuevos en los que, además de la masa y la aceleración, intervienen el vector velocidad de la partícula y la variación de la masa con el tiempo. Resulta sorprendente, y gratificante al mismo tiempo, que dicha expresión sea isomórfica con la "fuerza de LORENTZ" del Electromagnetismo; las ecuaciones que rigen esta ND son también isomórficas con las "ecuaciones de MAXWELL"; es más, éstas son un caso particular de aquéllas en su aspecto formal. En los capítulos siguientes se expondrán algunos puntos más acerca de este particular.

Siguiendo con la exposición de los fundamentos cosmológicos de esta ND, podemos decir que la *Primera Ley Fundamental* tiene su punto de partida metafísico en el co-principio, la *materia,* de los seres corpóreos y el primero de los *accidentes* que la determinan: la *cantidad;* este es el motivo de que esta ley sea esencialmente cuantitativa y cuantificable. La *Tercera Ley Fundamental* no hace referencia directa a la esencia misma del ser de las cosas, sino al hecho de que los seres no son aislados, puesto que por *naturaleza* interaccionan. Además, el hecho de que todo ser material ocupe un "lugar", que no es algo exclusivamente propio sino que está determinado por la presencia de los otros cuerpos, no es una cuestión meramente abstracta de relaciones de distancia, sino que se trata de una interacción física, dinámica (en el Microcosmos nada está en reposo, en todo caso este reposo sólo existió antes del "inicio de los tiempos", cuando el *continuo* estaba en perfecto "silencio", y volverá cuando todo regrese al "primitivo silencio"[30] al "fin de los tiempos"); el único cuerpo que no ocupa lugar es el Universo, el Cosmos considerado como un todo, de ahí que sea éste el único sistema realmente aislado, el objeto más amplio que estudia la Cosmología.

Otro *accidente,* inevitablemente unido a la *cantidad* a la que *cualifica* es el que, desde ARISTÓTELES, se denomina *cualidad*: su ser es más bien en la línea *formal*; sólo indirectamente se puede cuantificar, pero

---

[30] IV LIBER ESDRAE, 6,39 y 7, 30.

es lo más inteligible que tienen las cosas. La *Segunda Ley Fundamental* sería la expresión física, cuantificada, de la cualidad más elemental que tienen los cuerpos cuando se alteran; pues en el fondo de toda alteración está el *movimiento local* aristotélico, de ahí que esta *Segunda Ley* esté directamente relacionada con el *tiempo,* medida intelectual de todo movimiento que, al relacionarlo con la medida del espacio, entre el lugar inicial y el final, da origen al concepto de *velocidad.* Esta *Ley* diría primariamente: "las cosas se mueven" (sería el παντα ρει de HERÁCLITO de ÉFESO), para añadir: "según unas determinadas condiciones". Las cosas se mueven, propiamente, porque no están aisladas a causa de la inercia (*Tercera Ley*), y además conservándose la masa-energía (*Primera Ley*), pero esta interacción, este movimiento, es en el *sentido* marcado por la *Segunda Ley.* El "Segundo Principio de la Termodinámica" es una expresión parcial de dicha *Segunda Ley Fundamental,* cuando se trata de la interacción de un número muy grande de partículas; es una ley estadística. No deja de ser aleccionador que este Principio, *Segundo,* se descubriera antes que el *Primero,* como se dijo anteriormente; desde el punto de vista de la Metafísica de la Naturaleza, debía ser así: las cualidades son lo primero que aprehende el intelecto, la cuantificación viene luego.

Como se expondrá más adelante, en esta ND las trayectorias que describen las partículas materiales de un sistema no son, en general, *reversibles* como sucede en la Dinámica Clásica (DC); la irreversibilidad termodinámica –que considera un número quasi-infinito de partículas en interacción– es consecuencia estadística de la irreversibilidad de cada una de estas trayectorias. Así, paradójicamente, se resolvió antes el problema que plantea un sistema de infinitos cuerpos, mientras quedaba sin resolver el "sencillo" de tres. Por otra parte, es bien conocida la incompatibilidad de fondo entre la DC y el Segundo Principio de la Termodinámica. Más adelante, en el siguiente capítulo, se intentará la formulación matemática de la *Segunda Ley Fundamental,* por la vía de definir la *entropía mecánica* de un sistema formado por un número finito de partículas. También es posible reformular mecánicamente la entropía clásica de un sistema termodinámico, sin acudir directamente a los conceptos de calor y temperatura, o bien a la expresión estadística de BOLTZMANN.[31]

[31]JUAN RIUS-CAMPS, *Formulación Mecánica de la Entropía de un Sistema,* registrado en Barcelona, 1992. En este trabajo se intenta dar una expresión, estrictamente mecánica, de la entropía de un sistema termodinámico a partir de los conceptos mecánicos de energía potencial y de energía cinética del mismo.

5. Como se verá, la posibilidad de formular matemáticamente tal concepto de *entropía mecánica,* para sistemas de *finito* número de cuerpos en interacción, se asienta en el hecho de que la energía cinética de un sistema puede variar no sólo *cuantitativamente* sino también *cualitativamente*, incluso en el caso en que se mantenga constante. Este aspecto, a nuestro entender, había permanecido desconocido hasta el presente y más su expresión formal. Sin embargo, aparte de la visión parcial aportada por el Segundo Principio termodinámico, no había pasado inadvertido a pensadores tan antiguos como ARISTÓTELES y SANTO TOMÁS DE AQUINO. Es evidente que su conocimiento respondía a una visión intuitiva, estético-jerárquica del Cosmos, pero no por eso menos real; no se podía pedir ni esperar más a nivel de los conocimientos científicos de su época. En la nuestra no deja de sorprender que tal hecho, de ser cierto como afirmamos, haya llegado tardíamente; quizá sea por nuestra educación positivista y antimetafísica. Pensamos es de justicia citar algunos textos de estos dos grandes pensadores y concluir, así, este primer capítulo.

ARISTÓTELES exige una *potencia activa,* localizada en el *medio* que rodea al *móvil* aislado, para que su movimiento permanezca; no se entiende esta permanencia en el movimiento sin esta causa activa, *externa* al móvil. No se trata del aire o del agua en inmediato contacto (como pretendían otros pensadores griegos, incluyendo PLATÓN). El Estagirita no cae en este "desafío al sentido común"[32] , como mal entendió DUHEM, sino que se trata de una propiedad *activa* de *todo* el medio, no de las partículas en inmediato contacto: ¿algo así como el éter postulado por LORENTZ?[33]. Hace falta una *causa* y además en *contacto:* la *"actio in distans"* le repugna; la moderna "teoría de campos" no es más que la negación de dicha acción directa a distancia. Tenemos en esta potencia activa del medio la causa de la inercia: es la intuición de la *Tercera Ley Fundamental.*

ARISTÓTELES se apercibió de que no todos los movimientos de los cuerpos son equivalentes en perfección, ni siquiera en el más sencillo de todos: el *movimiento local,* que sólo afecta directamente al accidente *Ubi* (pero al que se reducen, en último término, todos los demás movimientos *propios*). En conceptos actuales diríamos que no todas las energías cinéticas son equivalentes desde el punto de vista cualitativo aunque

---

[32] DUHEM, *Etudes sur Léonard de Vinci,* I, págs. 109 y ss. *Le systéme du monde. Histoire des doctrines Cosmologiques de Platon a Copernic,* págs. 321 y ss.

[33] Cfr. Pietro HOENEN, *Filosofía della Natura Inorganica,* Brescia, Ed. La Scuola, 1949, págs. 128 y ss.

puedan serlo cuantitativamente, como ya se indicó y se expondrá más adelante. Siguiendo con las ideas del Filósofo, leemos en la Física[34]: "Podría alguien preguntarse si todo movimiento es comparable con todo otro movimiento o no lo es. Si todo movimiento es comparable, y si todo cuerpo de igual velocidad es el que se mueve en un tiempo igual a lo largo de una cantidad igual, entonces podemos dar con una línea igual a una recta, o bien mayor o más pequeña... Sin embargo ¿qué habrá que decir del círculo y de la línea recta?. Sería absurdo compararlos si el movimiento circular y el movimiento rectilíneo no fueran semejantes... Y, sin embargo, si ellos son comparables, venimos a parar a la consecuencia que hace poco anunciábamos: la igualdad entre la línea recta y el círculo. Ahora bien, estas líneas no son comparables luego tampoco lo son sus movimientos... ¿No será entonces que la velocidad no tiene el mismo significado en uno y otro de aquellos dos casos?". Pasa luego a ocuparse de los movimientos de *alteración* que sólo son comparables cuando pertenecen a la misma especie y concluye: "Lo mismo ocurre a propósito del movimiento: hay igualdad de velocidad cuando en un tiempo igual se han producido dos movimientos iguales en magnitud y en *cualidad.* Pero si durante este tiempo una parte de la magnitud ha sufrido una alteración y la otra ha sido trasladada ¿Será esta alteración igual a la traslación y de la misma velocidad?. Esto es absurdo, y la razón de ello es que el movimiento tiene sus especies distintas. Por tanto, si las cosas trasladadas en una magnitud igual durante un tiempo igual poseen la misma velocidad, entonces la línea recta y el círculo son iguales. ¿Dónde está la razón de ello, en que la traslación es de un género o en que es un género la línea?. En efecto, el tiempo es siempre indivisible en especies. El movimiento, pues, y las trayectorias tienen correlativamente distintas especies, pues la traslación tiene distintas especies si las tiene el lugar en que se produce el movimiento... De manera, pues, que tendrán una misma velocidad las cosas movidas a través de la magnitud durante el mismo tiempo, y entiendo por "el mismo" lo que es indistinto bajo la razón de especie y ello lo será igualmente en relación con el movimiento. De esta manera es necesario estudiar la diferenciación del movimiento... Pero llamamos velocidad igual la de la alteración del ser cuyo cambio es el mismo en un tiempo igual. ¿Qué es necesario entonces comparar, el receptáculo de la modificación o la modificación?. En este caso, al ser la salud la que es la misma, se está en el derecho de admitir que no hay en ella ni más ni menos, sino tan sólo semejanza. Si, por el contrario, la alteración es distinta, por ejemplo, cuando las alteraciones son un blanqueamiento y una curación, no se puede llamar idéntico a nada de esto ni tampoco más igual que semejante, por cuanto hay allí especies de alteración y porque ellas no constituyen entre sí una unidad, con mayor

[34] ARISTÓTELES, *Física,* lib. VII, cap. 4.

razón que no la constituyen las traslaciones rectilíneas y circulares". ARISTÓTELES CALIFICA COMO Específicamente DIFERENTES el movimiento rectilíneo y el circular. Este último puede tener velocidad constante, no así el rectilíneo que algún instante debe empezar a decrecer hasta pararse y luego, en todo caso, volver a aumentar; no concibe como posible un movimiento rectilíneo hasta el infinito: "el crecimiento y el decrecimiento no pueden ser continuos, sino que hay en ellos un estado intermedio en que se detienen".

ARISTÓTELES intuye por esta via que existe algo, una *cualidad,* que diferencia los movimientos de traslación entre sí; concretamente en los dos casos límite: circular y rectilíneo. La *Segunda Ley Fundamental* viene a formular esta cualidad, como ya hemos anunciado al hablar de *entropía mecánica.*

Santo TOMÁS DE AQUINO[35] comentando al Estagirita dirá: "El movimiento circular de los cuerpos celestes no tiene contrario, y por eso no se da en ellos violencia; en cambio, el movimiento de los cuerpos inferiores tiene contrarios, como son los movimientos hacia arriba y hacia abajo. Luego los cuerpos celestes tienen una virtud más universal que los cuerpos inferiores. Es así que las virtudes universales son motores de las particulares como consta por lo dicho. Por lo tanto, los cuerpos celestes mueven y dirigen a los cuerpos inferiores". He aquí un bosquejo de lo que ahora llamaríamos *irreversibilidad* de un proceso. Más adelante, y en el mismo capítulo, continúa: "porque el movimiento circular es también el primero entre los movimientos locales: en cuanto al tiempo, porque sólo en él puede ser perfecto, como se prueba en el libro VIII de la Física; en cuanto a la naturaleza, porque es el más simple y de mayor unidad, ya que en él no se distingue ni principio, ni medio, ni fin, sino que todo es medio. Y también en cuanto a la perfección, porque revierte a su principio. En tercer lugar, porque sólo el movimiento celeste es siempre regular y uniforme; mientras que en los movimientos naturales de los cuerpos pesados y leves aumenta la velocidad en el fin, y en los violentos disminuye. Luego es necesario que todo movimiento celeste sea causa de todo otro movimiento". Intuye el Aquinate, por un camino diferente, lo mismo que viera el Filósofo con antelación de siglos.

---

[35] SANTO TOMÁS DE AQUINO, *Summa contra gentes,* Lib, 3, capítulo 82.

BIBLIOGRAFÍA

AQUINO, TOMAS DE, *Suma contra los gentiles,* Madrid, Ed. B.A.C., 1968.

ARISTÓTELES, *Física,* Madrid, Ed. Aguilar, 1973.

BONDI, H., *Cosmología,* Barcelona, Ed. Labor, 1970.

BROGLIE, LOUIS DE, *Ondes et mouvements,* París, Ed. Gauthier-Villars, 1928.

CALLEN, H.B.,*Thermodynamics,* New York, Ed. John Willey and Sons Inc., 1966.

DOU, ALBERTO, *Fundamentos de la Matemática,* Barcelona, Ed. Labor, 1970.

FINZI, BRUNO, *Meccanica Razionale,* Bolonia, Ed. Nicola Zanichelli, 1962.

HEISENBERG, WERNER, *La física del núcleo atómico,* Madrid, Ed. Revista de Occidente, 1954. También, *Más allá de la física,* Madrid, Ed. B.A.C., 1974.

HOENEN, PIETRO, *Filosofia della Natura Inorganica,* Brescia, Ed. La Scuola, 1949.

JUVET, GUSTAVE, *La structure des nouvelles théories physiques,* París, Ed. Alcan, 1933.

MERLEAU-PONTY, JACQUES, *Cosmología del Siglo XX,* Madrid, Ed. Gredos, 1971.

MILLIKAN, ROBERTO A., *Electrones, Protones, Fotones, Neutrones y Rayos cósmicos,* Buenos Aires, Ed. Espasa-Calpe, 1952.

OSTWALD, W., *Les grands hommes,* París, Ed. Flammarion, 1912.

POINCARÉ, H., *Science et Méthode,* París, Ed. Flammarion, 1927.

RIUS-CAMPS, JUAN, *La Afirmación del Principio de Mach y sus Consecuencias Dinámicas,* Pamplona, E.T.S.A., 1975.

SAUMELLS, ROBERTO, *Fundamentos de la Matemática y de la Física,* Madrid, Ed. Rialp, 1965.

SCHURMANN, PAUL F., *Luz y Calor*, Madrid, Ed. Espasa-Calpe, 1946.

SPIEGEL, MURRAY R., *Theoretical Mechanics,* New York, Schaum Publishing Co., 1967.

WEIZSÄCKER, C. F. VON, *La imagen Física del Mundo,* Madrid, Ed. B.A.C., 1974. Y también: *La Importancia de la Ciencia,* Barcelona, Ed. Labor, 1968.

WELLS, DARE A., *Dinámica de Lagrange,* Nueva York, México, Mc. Graw-Hill, 1972.

CAPÍTULO II

DINÁMICA DE SISTEMAS MACÁNICOS IRREVERSIBLES

INTRODUCTION.

1. El contenido de este capítulo y de los dos siguientes se corresponde con el más amplio y completo de una serie de estudios sobre los *Fundamentos de la Dinámica* que se iniciaron en 1974[36].

Partiendo de las *Tres Leyes Fundamentales* enunciadas en el precedente capítulo y de la aceptación axiomática de que la *energía cinética* de una *partícula material* m viene dada por la expresión:

---

[36] 36 *Algunas consideraciones acerca de las Ecuaciones Cardinales de la Dinámica y el Segundo Principio de la Termodinámica*, Pamplona, 1974.

La Afirmación del "Principio de MACH" y sus Consecuencias Dinámicas, Pamplona, Ed. en ETSA, Universidad de Navarra, 1975.

Los Fundamentos Cosmológicos de la Mecánica y las Leyes Fundamentales de la Dinámica, Pamplona, Ed. en *Anuario Filosófico*, Universidad de Navarra, 1976.

Sustentación no Aerodinámica de determinados Insectos, Barcelona, 1977.

Metafísica de la Dinámica y sus consecuencias Físicas, Barcelona, 1978.

Dinámica del Punto Material, Barcelona, 1981.

Dinámica de Sistemas Mecánicos Irreversibles, Barcelona, primera edición, 1985. En este estudio -que se ha reeditado corregido y ampliado- se recoge lo más esencial y válido de los precedentes desde el punto de vista exclusivamente físico.

El Vuelo del Abejorro, Barcelona, Ed. "Investigación y Ciencia", Febrero de 1986, pág. 41. En este artículo se exponen las pruebas experimentales realizadas con himenópteros: *Bombus terrestris* ("abejorro") y con dípteros: *Calliphora vomitoria*. Vuelan perfectamente en una atmósfera muy enrarecida (*13 mb*, equivalente al *98,7%* de la presión atmosférica normal: *1013 mb*, y a temperatura de *15º C*) conservando solamente la presión parcial del vapor de agua, a la temperatura ambiente, para que no se deforme. El insecto mantiene su vuelo, incluso en situación de "hovering", durante un máximo de *2 minutos*; se puede repetir la prueba, muchas veces, después de recuperarse de la anoxia.

Formulación Mecánica de la Entropía de un Sistema, Barcelona, 1992. En este trabajo se estudia la entropía termodinámica partiendo de los conceptos de energía cinética y energía potencial en que se resuelve, en definitiva, la energía interna de un sistema cerrado.

$$U_c = (1/2)mv^2$$

se llega a la formulación de la *fuerza* en esta ND, que resulta *isomórfica* con la "fuerza de LORENTZ" del Electromagnetismo y cuya naturaleza es totalmente experimental. La necesidad de un *marco inercial de referencia* en reposo respecto al centro de masa (CM) del sistema en estudio (energéticamente cerrado y aislado del "resto del Universo", excepto la *inercia*) expresa la esencia de la *Tercera Ley Fundamental.*

2. Desde el punto de vista formal es notable y sorprendente que se puedan deducir las "ecuaciones de MAXWELL" del Electromagnetismo, como un resultado límite en el marco de la ND, en lugar de postularlas a partir de leyes experimentales descubiertas precedentemente (FARADAY, AMPÈRE, etc.). Leyes análogas gobiernan otros "campos de fuerza", por ejemplo el gravitacional y otras interacciones dinámicas. La intrínseca incompatibilidad entre la Dinámica y la Electrodinámica desaparece. Igualmente posible establecer un puente entre las "ondas de materia" de DE BROGLIE y los resultados de la ND: "partícula" y "onda" son aspectos de la misma formulación dinámica. La *Irreversibilidad,* que es la esencia del Segundo Principio de la Termodinámica es consecuencia inmediata del hecho de que todas y cada una de las trayectorias, que componen el sistema de puntos materiales, son irreversibles (excepto casos singulares). Constituye lo que hemos venido en llamar *Segunda Ley Fundamental.*

Lógicamente esta ND se reduce a la DC en aquellos casos en que resulta exacta o suficientemente aproximada: pequeñas aceleraciones, campos lentamente variables con el tiempo, etc.

No se toman en consideración aquí problemas relativistas (TER y TGR) o bien estrictamente cuánticos.

SISTEMA DE PUNTOS MATERIALES

A. FUNDAMENTOS

1. Hasta ahora se postulaba en el Primer Principio newtoniano la existencia de sistemas físicamente aislados; pero aunque es factible la consideración de aislamiento respecto a influencias externas, de hecho no es posible esa separación. Existe una propiedad de la materia –la *inercia*– que viene a truncar estas esperanzas, pues la inercia no es otra cosa que la respuesta del “resto del Universo” a la presencia de materia en el sistema en cuestión. La inercia es, por tanto, una propiedad en parte *interna* y en parte *externa* al sistema; las “fuerzas de inercia” que hasta ahora se designaban con el apelativo de “ficticias” o “pseudo fuerzas”, son fuerzas *reales* y *exteriores* que actúan sobre el sistema. En esta exposición se supone, claro está, que tenemos referido el sistema a un marco inercial en las condiciones más arriba indicadas (en primera aproximación en movimiento rectilíneo y uniforme respecto a los ejes de COPÉRNICO), de lo contrario no tiene sentido hablar de aceleraciones; ahí queda de manifiesto la esencia del “principio de MACH”. Si el marco o base de referencia no es inercial, entonces sí que pueden aparecer fuerzas “ficticias” o “aparentes” debido a que los ejes coordenados de referencia son cualesquiera. Los ejes correspondientes a un referencial de inercia son, pues, muy específicos; están determinados a menos de un vector velocidad constante, desde el punto de vista dinámico.

Hasta el presente, los intentos de determinar un *referencial absoluto han fracasado* si nos atenemos a los resultados de MICHELSON-MORLEY, TROUTON-NOBLE, etc.; sin embargo la homogeneidad e isotropía correspondientes al *“red shift”,* demuestran que nuestro sistema solar posee, a lo sumo, una velocidad de *300 km/s* respecto al marco inercial determinado por las estrellas, las galaxias, tomadas en su conjunto. Esta velocidad sugiere la presencia de un *substrato cosmológico* –en reposo absoluto, pues no hay nada respecto a lo que referir su movimiento– donde colocar los “observadores fundamentales” y del que las estrellas y galaxias son como las balizas que nos indican su situación. Este substrato es metaempírico, esto es, se substrae a la experiencia directa, pero esto no es excluyente respecto a su existencia o no existencia, que viene exigida por consideraciones anteriores a la

experimentación física, es decir, su necesidad es metafísica. Aunque MACH fuera visceralmente antimetafísico, su “Principio” no es otra cosa que la afirmación de la necesaria presencia física de tal substrato; dice así: “Las únicas aceleraciones que tienen sentido son las medidas respecto al marco determinado por las estrellas lejanas en su conjunto”. Pero, a tenor de lo afirmado antes a propósito del *“red shift”,* no sólo las aceleraciones sino que incluso las velocidades exigen un referencial privilegiado; en el primer caso basta que la velocidad del referencial sea constante, en el segundo es preciso llegar aun referencial absoluto que excluya toda indeterminación, aunque sólo sea un vector constante.

2. Se hace necesario corregir el Primer Principio newtoniano afirmando, en su lugar, que *no existen sistemas inercialmente aislados*, si exceptuamos el Cosmos considerado en su totalidad. El éxito de la DC basada en el "Primer Principio" de NEWTON se debe a que, en primera aproximación, buena parte de los sistemas dinámicos se comportan *como si* estuvieran aislados; pero se trata de una restricción muy fuerte que debiera haberse detectado y subsanado hace muchos años. Cuando se postula: "el CM de un sistema aislado se mueve con velocidad constante" se incurre en contradicción de índole no física sino metafísica, pues esta "velocidad constante" lo es respecto a un marco inercial (ejes de COPÉRNICO por lo menos) y este marco es distinto, *exterior*, al sistema que consideramos. Y al postular su "aislamiento" no podemos definir este vector constante, ni siquiera su dirección y sentido que nos los daría el marco inercial, pues no podemos referirnos a él si el sistema es "aislado"[37] . El enunciado del Primer Principio encierra, pues, una contradicción que podemos enunciar así: "un sistema aislado posee la propiedad de no estar aislado".

Por otra parte una contradicción con fundamento metafísico debe tener consecuencias físicas; esto significa que una Dinámica, con este fundamento newtoniano, debe apartarse de la realidad física; y esto no sólo en los casos previstos por la TER para altas velocidades, sino también en aquéllos en los que hasta ahora se consideraba perfectamente válida[38] .

3. Si sustituimos el primer postulado de NEWTON por la afirmación: *no existen sistemas inercialmente aislados*, llegamos a la esencia de la que hemos venido en llamar *Tercera Ley Fundamental* de la ND. La *Primera Ley Fundamental* de esta ND es sencillamente la conservación de la energía en un sistema *cerrado*. ¿Cuál es la *Segunda Ley Fundamental?*. Hace referencia a la *irreversibilidad* de los procesos dinámicos que contempla la ND, salvo casos singulares; lo veremos con detalle en los siguientes apartados del presente capítulo.

Se precisa estructurar la ND con estos puntos de partida. Los Principios Segundo y Tercero de la DC sólo serán parcialmente válidos, pues nos conducen a las leyes de conservación del *momento lineal* y del *momento angular* en un sistema aislado y esto, como veremos, no es siempre posible en el nuevo marco dinámico que presentamos. Este trabajo lo emprendimos hace ya bastantes años, sobre todo a partir de 1974 en que salieron a la luz los primeros estudios oficialmente registrados, desde

---

37 PIETRO HOENEN, *Filosofia della Natura Inorganica*, Brescia, Ed. La Scuola, 1949, pág. 124 y ss.

38 Para un estudio detallado de este aspecto relativo a los fundamentos metafísicos de la ND, véase nuestro trabajo: *Los Fundamentos Cosmológicos de la Mecánica y las Leyes Fundamentales de la Dinámica*. Anuario Filosófico, Universidad de Navarra, volumen IX, 1976. Reeditado, corregido y con nuevas aportaciones en 1993.

entonces la profundización y la investigación de la ND ha sido constante. En los estudios anteriores a 1981 habíamos mantenido constante la masa m de una partícula material sujeta a una energía potencial no conservativa, esto es, dependiente de la posición y del tiempo (e independientes ambas variables): $Up = Up(P, t)$; a partir de esta fecha se vio la necesidad de que en este caso general fuera: $m = m(t)$. Lo veremos con más detalle más adelante.

Por otra parte, desde el punto de vista formal, resulta notable y sorprendente poder deducir las "ecuaciones de MAXWELL" de la Electrodinámica como un caso particular y límite de la ND, en lugar de postularlas en base a leyes experimentales descubiertas precedentemente (FARADAY, AMPÈRE, etc.). Leyes análogas rigen el comportamiento de otros "campos de fuerza" (por ej.: el gravitacional) y demás interacciones dinámicas. Deja de existir la incompatibilidad de fondo entre la Dinámica y la Electrodinámica.

Asimismo queda de manifiesto la posibilidad de tender un puente entre la Dinámica y la Dinámica Cuántica: las "ondas de materia" de DE BROGLIE entran en el campo de la ND; "partícula" y "onda" son aspectos de una misma formulación.

La *irreversibilidad*, que constituye la esencia del Segundo Principio termodinámico, es consecuencia estadística de que las *trayectorias* de los puntos materiales son *irreversibles* en la ND, salvo casos singulares.

Como es natural y lógico esta ND nos remite a la DC en casos particulares y en aquellos en que, no siendo exacta, resulta suficientemente aproximada: pequeñas aceleraciones y velocidades, campos lentamente variables con el tiempo, etc.

B. ESTUDIO DE LA EXPRESIÓN DE LA FUERZA EN LA NUEVA DINÁMICA (ND)

1. A modo de introducción cabe decir que en esta ND no podemos partir ya de la "Ecuación Fundamental" newtoniana, que nos daba la expresión de la fuerza, pues sólo será válida en casos muy singulares, como consecuencia de la precedente crítica. Sin embargo, para construir la ND debemos sentar un punto de partida que nos permita elaborar la nueva teoría; la DC vendrá a ser un caso particular de ésta. Este punto de arranque, en el marco de las *Tres Leyes Fundamentales*, es la afirmación de que la energía cinética de un sistema de puntos materiales viene dada por la expresión:

$$\boxed{U_c \ = \ (1/2)mv^2}$$

siendo m la masa total del sistema y v la velocidad media cuadrática del mismo. Esta energía es la suma de las energías cinéticas de cada una de las partículas del sistema, que satisfacen expresiones análogas. No contemplamos aquí problemas relativistas en que intervienen elevadas velocidades. Como veremos más adelante, la masa del sistema en esta ND ya no es necesariamente una constante, sino que será, en general, función del tiempo. Normalmente, y mientras no se especifique de modo expreso, supondremos referido el sistema a un marco de coordenadas cartesiano e inercial.

En DC la energía potencial que posee un sistema se dice conservativa si sólo depende de la posición de las partículas, es decir, es independiente del tiempo. Esta energía no se puede escribir, en general, como suma de las energías potenciales de cada partícula –como sucede con la energía cinética total– : su expresión es global, al depender de la posición de todas las masas del sistema, sin posibilidad de asignar a cada una de ellas una energía potencial que dependa exclusivamente de su posición. Sin embargo, sí es posible dar a cada partícula una energía potencial que sea función de su posición y del tiempo; para ello bastará poner en función del tiempo las coordenadas y las velocidades de los demás cuerpos en la expresión de la energía total. En un sistema energética-mente cerrado, para cada partícula m_i –si designamos por $U_{pi}(P_i,\ t)$ su energía potencial y por $U_{ci}\ (P_i,\ t) = (1/2)m_i v_i^2$ su energía cinética– podemos escribir en virtud de la *Primera Ley Fundamental:*

$$\boxed{U_{ci}(P_i) \ + \ U_{pi}(P_i,t) \ = \ C_i} \qquad (i = 1,2,3,...,n) \tag{1}$$

en que:

$$U_{pi}(P_i,\ t) \ = \ \Sigma_j U_{cj}[P_j(t)] \ + \ U_p^{(i)}[P_i,\ P_1(t),\ P_2(t),\ P_{i-1}(t),\ P_{i+1}(t),...P_n(t)]$$

Y el sumatorio se extiende a todas las variables excepto la *(i)*. Para el sistema de n partículas m_i , y sumando en los dos miembros de (1), resultará:

$$\boxed{U_c + U_p = C}$$

que expresa la conservación de la energía del sistema, como era de esperar. Notemos que en la expresión: $U_{ci}(P_i) = (1/2)m_i v_i^2$ es siempre $v_i = v(P_i)$, pues la velocidad implica, por su propia naturaleza, cambiar de lugar, y es por tanto función de la posición de la partícula, salvo casos triviales en que no se pueda establecer esta relación funcional. También será siempre posible poner la posición en función del tiempo, pero es preciso distinguir y recalcar que aquí el tiempo es un simple parámetro, mediante el que expresamos las variables posicionales, y no una variable independiente como lo es en la energía potencial no conservativa: $U_{pi}(P_i, t)$. Con esas reflexiones a la vista, podemos escribir la (1) en la forma:

$$U_{ci}(P_i) + U_{pi}(P_i, t) = C_i \Rightarrow \quad (1/2)m_i v_i^2 + U_{pi}(P_i, t) = C_i \qquad (2)$$

y resulta la paradoja de que $U_{pi}(P_i, t)$ la podemos escribir en función de la posición P_i e independiente del tiempo. La única solución será que, en general, la masa m_i no la podremos considerar constante en esta ND, sino que deberá ser:

$$\boxed{m_i = m_i(t)}$$

con lo que obviamente es $(1/2)m_i v_i^2 = U_{ci}(P_i, t)$. Está claro que esta conclusión es de la mayor importancia.

2. Estamos ya en condiciones de hallar la expresión de la fuerza que actúa sobre una partícula de masa m que describe una trayectoria referida a un marco inercial; para mayor sencillez y claridad expositiva comenzaremos por un caso idealizado en que la masa es constante y, en consecuencia, el potencial es conservativo. Puesto que se trata de un sistema cerrado, por la *Primera Ley Fundamental* se verifica:

$$(1/2)m_o v^2 + U_p(P) = C$$

en la que es $v = v(P)$ y $m = m_o = constante$. La partícula describe una determinada *trayectoria* y, conocida ésta, su energía cinética depende de una *única variable* que nos determina su posición sobre la misma; por ejemplo: el arco recorrido a partir de un punto origen, el radio de curvatura en cada punto, etc., es decir, se trata de variables *intrínsecas.* Así pues, el estudio que hacemos de la *fuerza,* que actúa sobre la partícula al describir esta trayectoria, es *local.* Supondremos un arco diferencial situado en el plano osculador en el punto P ; de esta forma, y sin pérdida de generalidad, podemos considerar la trayectoria como localmente plana y utilizaremos como referencial el triedro de FRENET, cuyos vectores unitarios o *versores* son: $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$, según la tangente, la normal y la binormal, respectivamente. Se eligen como sentidos positivos: el de la velocidad de la partícula para $\boldsymbol{s}$, el dirigido hacia la convexidad de la trayectoria para $\boldsymbol{n}$, y para $\boldsymbol{b}$ el dextrógiro tal que:

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{s} \times \boldsymbol{n} \tag{3}$$

En estas condiciones definimos la fuerza, según una variable x de la que depende *toda la energía cinética* U_c de la partícula, así:

$$\boxed{\boldsymbol{F}_x = (dU_c / dx)\boldsymbol{x}} \tag{4}$$

siendo $\boldsymbol{x}$ el correspondiente *versor.*
Si aplicamos esta definición a las variables intrínsecas: arco de trayectoria s y radio de curvatura ρ , tendremos respectivamente:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f}_s &= (dU_c/ds)\boldsymbol{s} = (m_o v dv/ds)\boldsymbol{s} = (m_o dv/dt)\boldsymbol{s} \\ \boldsymbol{f}_\rho &= (dU_c/d\rho)\boldsymbol{n} = (m_o v dv/d\rho)\boldsymbol{n} \end{aligned} \tag{5}$$

puesto que la variación del radio de curvatura es según $\boldsymbol{n}$. Estas dos fuerzas dependen de cómo varía la energía cinética, y en este sentido no existen más, pues sólo podemos considerar dos variables intrínsecas en una trayectoria plana. Sin embargo, debemos tomar en consideración, además, la *fuerza centrípeta* de la DC, que no está incluida en $\boldsymbol{f}_\rho$, pues *no depende de la variación de la energía cinética sino de su valor:*

$$m_o\boldsymbol{a_n} = -m_o(v^2/\rho)\boldsymbol{n} = -(2U_c/\rho)\boldsymbol{n}$$

La fuerza total que actúa sobre m_0 será la resultante de estas tres:

$$\boldsymbol{f_o} = m_o\boldsymbol{a} + \boldsymbol{f}_\rho = m_o\boldsymbol{a} + (m_o v dv/d\rho)\boldsymbol{n} \qquad (6)$$

En que el signo, según $\boldsymbol{n}$, será *(–)* si hemos elegido como positivo el sentido hacia la convexidad (que es nuestro caso) y será *(+)* si este sentido es hacia la concavidad.

Podemos dar otra expresión para la fuerza $\boldsymbol{f}_\rho$ (5) escribiendo:

$$\boldsymbol{f}_\rho = (m_o v dv/d\rho)\boldsymbol{n} = (m_o dv/d\rho)\boldsymbol{b} \times v\boldsymbol{s} =$$
$$-\boldsymbol{v} \times (m_o dv/d\rho)\boldsymbol{b}$$

puesto que, por la (3), es $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{s}$. Por tener $dv/d\rho$ las dimensiones de una velocidad angular, podemos definirla así:

$$\boldsymbol{\omega^*} = \omega^*\boldsymbol{b} = (dv/d\rho)\boldsymbol{b} \qquad (7)$$

con lo que:

$$\boldsymbol{f}_\rho = -m_o\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega^*}$$

y de la (6) resulta:

$$\boxed{\begin{array}{l}\boldsymbol{f_o} = m_o\boldsymbol{a} - m_o\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega^*} = \\ \qquad m_o(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega^*})\end{array}}$$

que es isomórfica con la “Fuerza de LORENTZ” del electromagnetismo. Esta analogía aparece más claramente si ponemos:

$$\boldsymbol{E_o} = \boldsymbol{a} \qquad \boldsymbol{B_o} = -\,\omega^*$$

y queda:

$$\boxed{\boldsymbol{f_o} = m_o(\boldsymbol{E_o} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B_o})} \tag{8}$$

(Ver la explicación más detallada en el **Cap. II,** p. 54).

3. Vamos a estudiar ahora el caso en que sea $m = m(t)$, es decir, aquél en que se verifica la (4):

$$U_c(P,\, t) + U_p(P,\, t) = (1/2)mv^2 + U_p(P,\, t) = C \tag{9}$$

Mantenemos la misma definición dada en (4) para la fuerza que actúa sobre m dependiente de $U_c(P,\, t)$. Simplemente tomaremos en consideración que la energía cinética dependerá de la posición y del tiempo, tal como queda reflejado en (9). Determinaremos ahora las fuerzas actuantes sobre m siguiendo el precedente proceso. Tendremos:

$$\boldsymbol{f_s} = (dU_c/ds)\boldsymbol{s} = (mvdv/ds)\boldsymbol{s} + (1/2)(dm/ds)v^2\boldsymbol{s} =$$
$$= (mdv/dt)\boldsymbol{s} + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s}$$
$$\boldsymbol{f_\rho} = (dU_c/d\rho)\boldsymbol{n} = (mvdv/d\rho)\boldsymbol{n} + (1/2)(dm/d\rho)v^2\boldsymbol{n}$$

y análogamente la fuerza total sobre m ahora será:

$$\boldsymbol{f} = m\boldsymbol{a} + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s} + \boldsymbol{f_\rho} =$$
$$m\boldsymbol{a} + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s} + (mvdv/d\rho)\boldsymbol{n} + (1/2)(dm/d\rho)v^2\boldsymbol{n}$$

y teniendo a la vista (8) podemos escribir:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{f} &= m(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}^*) + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s} + (1/2)(dm/d\rho)v^2\boldsymbol{n} = \\
&\boldsymbol{f_o} + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s} + (1/2)(dm/d\rho)v^2\boldsymbol{n} = \\
&\boldsymbol{f_o} + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s} - (1/2)(dm/d\rho)v^2\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{b} = \\
&\boldsymbol{f_o} + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s} - \boldsymbol{v} \times (1/2)(dm/d\rho)v\boldsymbol{b}
\end{aligned}
$$

De modo análogo al precedente caso en que $m = m_0 = constante$, se puede poner:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{E} &= (1/m)[\boldsymbol{f_o} + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s}] \\
\boldsymbol{B} &= -(1/m)(1/2)(dm/d\rho)v\boldsymbol{b}
\end{aligned}
\tag{10}
$$

y resulta:

$$
\boxed{\boldsymbol{f} = m(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})} \tag{11}
$$

Totalmente paralela a la (8). A partir de ésta, y con algunas hipótesis complementarias, se deducen para esta ND ecuaciones *isomórficas* con las de MAXWELL, que rigen todo el electromagnetismo, y que se expondrán en el capítulo siguiente. En esta ND las fuerzas (11) ya no son *invariantes* respecto a las "transformaciones de GALILEO", de forma análoga a lo que sucede con las fuerzas electromagnéticas.

C. ENTROPÍA MECÁNICA: *SEGUNDA LEY FUNDAMENTAL*.

1. Estudiaremos sistemas mecánicos *cerrados,* esto es, que cumplen la *Primera Ley Fundamental*; en ellos definiremos una *función de estado*, *entropía mecánica* del sistema, que designaremos por S , por analogía con la entropía que estudia la Termodinámica. Expresará una característica *cualitativa* del sistema, distinta de su situación energética que viene regulada, desde el punto de vista *cuantitativo,* por la *Primera Ley Fundamental*: la conservación de la energía. La *entropía mecánica* sería la formulación cuantitativa de las cualidades energéticas de un sistema cerrado. De existir esta función S, claramente expresada y definida, tendríamos un valioso instrumento que sin duda se podría llamar *Segunda Ley Fundamental* de la Mecánica. Esta *Ley*, junto con la *Primera,* nos define la *evolución* de los procesos mecánicos en "sistemas aislados" desde el punto de vista energético, que denominamos *cerrados*. Un sistema cerrado y libre de vínculos con el resto del Universo tampoco se puede denominar propiamente "aislado"; existe como ya se ha visto una cualidad, la *inercia* omnipresente, que vincula todos los sistemas del Cosmos: de manera que podemos afirmar: "no existen sistemas inercialmente aislados". Esta proposición coincide en el fondo con el anteriormente citado "Principio de MACH" (ya conocido de manera menos clara por NEWTON), que podemos formular: "las únicas aceleraciones que tienen sentido son las que se refieren al movimiento respecto a las estrellas lejanas"; de ahí la necesidad de emplear "marcos inerciales" para construir la Mecánica. Como ya se ha expuesto, tal afirmación está en la esencia de la *Tercera Ley Fundamental.*

La ND se cimienta en esas *Tres Leyes Fundamentales* y en la definición de fuerza que hemos dado en el capítulo anterior. El "Primer Principio" y el "Segundo Principio" newtonianos pierden su validez general y sólo se cumplirán en determinados casos singulares. ¿Qué ocurrirá con el "Tercer Principio"?, ¿Seguirá siendo universalmente válido?. Dada la nueva expresión de la fuerza en esta ND, en que la masa de cada una de las partículas de un sistema es, en general, función del tiempo, no se conservará, obviamente, el *momento angular* del mismo aunque sea *aislado*[39] . Sin embargo, la otra vertiente del "Tercer Principio" que exige la conservación del *momento lineal* en un sistema libre de vínculos, también se satisface en esta ND: en este caso la resultante de todas las fuerzas que contempla esta ND es nula; el CM (centro de masas del sistema) se moverá con movimiento rectilíneo y uniforme. Decimos esto en base a las experiencias realizadas estos últimos años, sin más justificación: existe lo que hemos venido en designar como "acoplamiento" de las fuerzas que actúan sobre las masas del sistema, que es causa de la nulidad de la resultante. Sin embargo, es posible "desacoplar" estas fuerzas si entre las masas que componen el sistema se produce, como consecuencia de sus movimientos recíprocos, *disipación* de energía hacia el resto del Universo, y la única forma posible puesto que está *libre de vínculos*, es que esta disipación sea por *radiación*; en este caso el sistema cesa de ser

[39]*sistema aislado* = energéticamente *cerrado* y libre de *vínculos.*

cerrado y pasa a ser *abierto.* Así, en un sistema libre de vínculos puede no conservarse el momento lineal en aquellos casos que lo exige la DC. Este extremo lo hemos comprobado experimentalmente y aduciremos algunos ejemplos en el último capítulo.

2. Puesto que S es una *función de estado* del sistema, deberá ser independiente del camino recorrido en la evolución del mismo de un estado de equilibrio a otro estado de equilibrio. Para llegar a su formulación partiremos de las habituales exigencias, adaptadas a nuestro caso, y de forma axiomática:

- que sea *definida positiva.*
- que sea *aditiva* o *extensiva.*
- que sea *continua* y *diferenciable.*

La energía cinética U_c del sistema cerrado que consideramos, es aditiva y viene dada por: $U_c = (1/2)mv^2$, siendo m la masa total y v la velocidad media cuadrática. La función más sencilla para S que cumpla las exigencias precedentes es:

$$\boxed{S = \sum m_i v_i \geq 0}$$

siendo v_i la velocidad de la partícula m_i tomada en valor absoluto. Si introducimos la *velocidad media* v^* del sistema entonces podemos escribir:

$$S = mv^* \geq 0 \tag{12}$$

y por la desigualdad de CAUCHY-SCHWARZ, es:

$$S \leq S_{max} = mv$$

En los posibles estados de *equilibrio estable* del sistema, deberá ser constante la energía cinética:

$$\boxed{dU_c = 0} \tag{13}$$

Pues U_c , de acuerdo con (13), debe ser *constante* (o: *max., min., inflex. horiz.*), pero esta condición (13) no es suficiente en general. Incluso pueden existir sistemas cuya energía cinética es constante y sin embargo no están en equilibrio estable, son oscilantes; por ejemplo: cuatro masas vinculadas por cuatro barras rígidas, en forma de rombo, y dispuestas en el mismo plano y simétricamente; serán iguales las opuestas[40] . El rombo es articulado, con lo que las masas pueden oscilar, sin chocar, y girar alrededor de un eje perpendicular al plano y que pasa por el centro de masa y de simetría. Es evidente que, dado un impulso inicial, conservarán constante su energía cinética, pero ésta no lo será para cada una de las masas. La DC resuelve el problema de su movimiento por la conservación del momento angular respecto al eje de giro, pero en la ND no existe esta exigencia. ¿Cuáles serán los posibles estados de equilibrio estable si es que existen?. Vemos claramente que la condición (13) sólo es *necesaria* pero *insuficiente* para situaciones de equilibrio estable. Puesto que la entropía, definida por la (12), será variable durante la evolución del sistema (aún si la energía cinética permanece constante), vamos a exigir una segunda condición para el equilibrio estable:

$$\boxed{dS = 0} \qquad (14)$$

Tengamos presente que ahora, en esta ND, en general será $m = m(t)$. De esta manera las dos exigencias para que el equilibrio sea estable son la (13) y la (14), que desarrolladas nos dan

$$mvdv + (1/2)dmv^2 = 0$$

$$mdv^* + dmv^* = 0$$

y simplificando la primera:

$$mdv + (1/2)dmv = 0$$

$$mdv^* + dmv^* = 0$$

[40]Este mecanismo, aquí sólo esquematizado, se puede construir de manera que las cuatro masas puedan deslizarse por sus respectivas guías y sin chocar. El mecanismo real es algo más complicado pero es perfectamente factible. Como es habitual, todos los elementos del sistema excepto las cuatro masas: *2m , 2M ,* se consideran de masa despreciable.

ecuaciones homogéneas –considerando las variables independientes *m, dm*– cuya compatibilidad exige:

$$\begin{vmatrix} dv & \frac{1}{2}v \\ dv^* & v^* \end{vmatrix} = 0$$

es decir:

$$v^*dv = (1/2)vdv^*$$

que integrada nos da:

$$\ln v^2 = \ln v^* + \ln A^2 \qquad \text{(cuando } A \text{ es } \textit{constante}\text{)}$$

esto es:

$$v^2 = A^2 v^*$$

Esta última exige, en el caso general que contemplamos, que sean:

$$v = constante$$
$$v^* = constante$$

y siendo ahora necesariamente constante m, también será $U_c = constante$; y el equilibrio será estable. En resumen, las condiciones (13) y (14) son *necesarias* y *suficientes* para la estabilidad del equilibrio en el caso general que consideramos. Si sólo se satisface la primera ($U_c = constante$, *max.* , *min.* o *inflexión horizontal*)[41] el equilibrio será *inestable.* Si se suceden equilibrios inestables idénticos: el sistema será *oscilante*; pero también puede suceder que *evolucione*, *irreversiblemente*, hacia el equilibrio estable pasando por un número finito, o infinito, de situaciones inestables, todas distintas pero que tienden a la estabilidad en un tiempo finito, o infinito; en este último caso la evolución del sistema será *asintótica*.

En esta ND sabemos, como hemos expuesto en otro estudio, que cuando las diferentes trayectorias de los puntos materiales m_i , que componen el sistema cerrado, no son circunferencias (pues es imposible que sean rectilíneas y recorridas con velocidad constante salvo que se trate de un sólo punto material) entonces, y en general, se verifica:

$$m_i = m_i(t) \qquad \text{y} \qquad m = \sum m_i(t) = m(t)$$

y no existe equilibrio estable.

---

41 Puede darse el caso *singular* en que, siendo $Uc = constante$, sin embargo no lo sea S , pero en determinados puntos, y durante un dt , se verifique $dS = 0$ (*max., min.* u *inflex. horizontal*): tendremos equilibrio *inestable* en estos puntos singulares.

Sin embargo, pueden existir estados de equilibrio estable, con trayectorias no circulares para las $m_i(t)$, en que sea $m = constante$ y asimismo $v = constante$; por ejemplo: una peonza simétrica de masa m_1 , con un punto del eje de giro fijo sobre otra masa $m_2 >> m_1$, y que precesiona *establemente* a causa de la atracción gravitacional recíproca que suponemos constante. Observemos que en este caso el sistema se mantiene idéntico a sí mismo.

En el ejemplo del sistema simétrico, anteriormente presentado, formado por cuatro masas iguales dos a dos y dispuestas en forma de rombo; la evolución previsible en esta ND tiene dos posibilidades: o bien será un sistema cuyas oscilaciones son idénticas y con períodos iguales, o bien evolucionará de forma que las trayectorias de las cuatro masas se aproximen, asintóticamente, a la forma circular (en caso límite: dos masas inmóviles en el eje de giro y las otras dos -las de mayor masa- sobre la misma órbita circular). Queda patente, pues, la *irreversibilidad* del proceso.

En el caso precedente de la peonza simétrica, si la precesión *no es estable*, es decir, si existe *nutación,* la ND prevé la posibilidad de que ésta desaparezca, prácticamente, pasado un cierto tiempo; de hecho esto es lo que sucede en la realidad. La DC no puede dar cuenta de este fenómeno sino es acudiendo a pérdida de energía de rotación por rozamiento en el punto de apoyo; en nuestra opinión esta explicación resulta poco convincente, pues por el mismo motivo que desaparece podría volver a aparecer, al seguir presente el rozamiento.

3. Es bien sabido que en el marco de los "Tres Principios Newtonianos" se resuelve el problema del movimiento de *dos cuerpos* que interaccionan, y sin embargo no se puede dar solución general al "sencillo problema de los tres cuerpos". Sólo se han podido establecer soluciones aproximadas, por el método de las "perturbaciones", cuando una de las partículas tiene masa superior a las otras dos (por ej: el Sol en el sistema solar). En 1912, SUNDMAN, después de superar graves dificultades, logró resolver este problema utilizado dicho método; pero no existe una solución simultánea para todo el sistema y es imposible para el caso general de tres puntos materiales cuyas masas sean idénticas [42] .

42 BRUNO FINZI, *Meccanica Razionale*, vol. II, p. 89.

Las trayectorias *circulares* son el límite al que tiende el sistema cerrado cuando evoluciona irreversiblemente hacia el equilibrio estable; sean éstas las de cada una de las m_i, o las de los centros de masa de varios conjuntos de ellas (caso de la peonza simétrica antes citado). Como ya se ha dicho, puede suceder que el equilibrio estable sea inalcanzable. Obviamente el sistema lo estudiamos referido a una base inercial en reposo respecto al centro de masa del mismo.

No deja de sorprender esta incapacidad de la DC para resolver el problema de sistemas formados por tres o más cuerpos en interacción. Y, sin embargo, la Termodinámica resuelve el de infinito número de partículas análogas (átomos y moléculas). La *irreversibilidad* que, en general, poseen los sistemas según la ND, está íntimamente relacionada con el "Segundo Principio" termodinámico, que muchos científicos consideran "molestísimo y extrañísimo"[43]. En nuestra ND el problema es claro y sencillo: la irreversibilidad termodinámica es consecuencia estadística de la irreversibilidad de todas y cada una de las trayectorias que describen las partículas que componen el sistema.

Finalmente, al ser en general $m = m(t)$, resulta que la energía cinética de una partícula material es función de la posición y del tiempo; de esta forma resulta muy sencillo pensar e imaginar una "partícula onda" y establecer un puente de unión entre la ND y muchos de los problemas que estudia la Mecánica Cuántica.

El isomorfismo entre la ND y el electromagnetismo, que hemos presentado, resuelve asimismo las incompatibilidades de fondo que existen entre la DC y la electrodinámica.

D. SENTIDO CINEMÁTICO DE LA VELOCIDAD ANGULAR ω^*

1. Partimos de la trayectoria real de un punto material m, y para su estudio local utilizamos un referencial de inercia $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{n}$, *intrínseco*. cuyos sentidos positivos vienen dados por el de la velocidad para $\boldsymbol{s}$; hacia la convexidad para $\boldsymbol{n}$; **y** por $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{s} \times \boldsymbol{n}$. Necesitamos considerar también la *evoluta* de la misma referida a los mismos ejes (ver Fig. 1, en el caso $dv/dt > 0$, y Fig. 2, en el caso $dv/dt < 0$).

43 J. MERLEAU PONTY, *Cosmología del siglo XX,* Madrid, Ed. Gredos, p. 84.

Para explicar el sentido cinemático de la velocidad angular $\omega^* = dv/d\rho$, vamos a estudiar un elemento de trayectoria ***ds*** que se corresponde con el $\boldsymbol{d\rho}$ de la *evoluta;* ambos están situados en el plano osculador (ver Fig. 1 cuando $dv/dt > 0$ y Fig. 2 cuando $dv/dt < 0$). Así pues, podemos considerar la trayectoria localmente plana y referida a una base inercial intrínseca de versores $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$, formada por la *tangente,* la *normal* y la *binormal*. El *arco* ***ds*** de trayectoria, está determinado por los puntos *A , B,* y el $\boldsymbol{d\rho}$ de la *evoluta*, por sus homólogos *A , B* .

La velocidad de la partícula en *A,* es v , y en *B,* $v+dv$. Los radios de curvatura en estos puntos son: $\rho+d\rho$ y ρ . El ángulo girado por el radio de curvatura al pasar de *A* a *B* es:

$$d\theta = ds/\rho$$

y la correspondiente velocidad angular será:

$$\omega = d\theta/dt \qquad (\text{con } \boldsymbol{\omega} = \omega \boldsymbol{b})$$

También se puede escribir: $\omega = v/\rho$, que no depende, obviamente, de dv ni de $d\rho$. Al calcular la aceleración centrípeta llegamos a su expresión:

$$\boldsymbol{a}_\rho = (-v^2/\rho)\boldsymbol{n} \qquad (15)$$

en la que no se consideran los incrementos dv , $d\rho$, pues no le afectan. Es el resultado de sustituir el ***ds*** de trayectoria por el correspondiente en círculo osculador en el punto. Sin embargo si observamos con detalle la *trayectoria real*, ésta viene caracterizada por tener una *evoluta* bien determinada (ver Fig. 1 y Fig. 2). Al prescindir de dv , en el estudio de la aceleración centrípeta, significa que partiendo del punto *A* llegamos al *B'*, pero no al punto real *B*; y lo mismo cabe decir de sus homólogos centros de curvatura: el *A* está situado en la *evoluta,* por ser el punto de partida, pero el *B'* está situado fuera de la *evoluta* real (ver Fig. 1 y Fig. 2), cuyo punto es el *B*. Es evidente que la aceleración centrípeta está correctamente determinada, pero también resulta claro que el arco de *evoluta* $\boldsymbol{d\rho}$ debe coincidir con el determinado por los puntos *A , B* de las figuras, y no por los *A , B'*, como sucede al prescindir de dv y de $d\rho$. Para corregir esta deficiencia será necesario girar *AB'* un ángulo:

$$d\theta^* = BB'/d\rho$$

para que coincida con $\boldsymbol{d\rho}$ de la *evoluta real,* con una velocidad angular *finita* cuyo módulo viene dado por:

$$(BB'/d\rho)/dt = (d^2s/d\rho)/dt = dv/d\rho = d\theta^*/dt = \omega^*$$

Esta velocidad angular indica que la simplificación de sustituir, en cada punto, la trayectoria por el círculo osculador, lleva implícita la necesidad de girar el *arco* de *evoluta*, con velocidad angular ω^* , para que coincida con el *arco real.* Pero este *arco* AB' de *evoluta* debe ser *normal* al homólogo AB'' de la *trayectoria,* girado también $d\theta^*$ respecto al inicial AB (ver Fig. 1 y Fig. 2). Será preciso girar este arco AB' de *evoluta* un ángulo $d\theta^*$ (en sentido *negativo* cuando $dv/dt > 0$ y en sentido *positivo* cuando $dv/dt < 0$) para que coincida con el *real* AB , y lo mismo en la *trayectoria.* Consecuencia de esto es que el radio de curvatura ρ se incrementa en el diferencial de segundo orden:

$$B'B'' = dsd\theta^* \qquad \text{(con } dv/dt > 0\text{)}$$

$$B'B'' = -dsd\theta^* \qquad \text{(con } dv/dt < 0\text{)}$$

del que resulta una *aceleración normal adicional*:

$$\boxed{\begin{array}{ll} a_\rho^* = B'B''/dt^2 = dsd\theta^*/dt^2 = v\omega^* & \text{(con } dv/dt > 0\text{)} \\ a_\rho^* = B'B''/dt^2 = -dsd\theta^*/dt^2 = -v\omega^* & \text{(con } dv/dt < 0\text{)} \end{array}}$$

superpuesta a la *aceleración centrípeta* $a_\rho = -v^2/\rho = -v\omega$ (15). Así pues, la *aceleración normal total* será:

$$a_\rho + a_\rho^* = -v(\omega - \omega^*) \qquad \text{(con } dv/dt > 0\text{)}$$

$$a_\rho + a_\rho^* = -v(\omega + \omega^*) \qquad \text{(con } dv/dt < 0\text{)}$$

respectivamente.

La *aceleración tangencial* $a_s = dv/dt$ evidentemente no cambia. En expresión vectorial podemos escribir:

$$a_s\boldsymbol{s} + a_\rho\boldsymbol{n} + a_\rho{}^*\boldsymbol{n} = \boldsymbol{a} + v\omega^*\boldsymbol{n} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}^* \qquad (\text{con } dv/dt > 0)$$

$$(16)$$

$$a_s\boldsymbol{s} + a_\rho\boldsymbol{n} + a_\rho{}^*\boldsymbol{n} = \boldsymbol{a} - v\omega^*\boldsymbol{n} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}^* \qquad (\text{con } dv/dt < 0)$$

2. Ahora, desde el punto de vista dinámico, si deseamos calcular correctamente la *fuerza centrípeta total*, debemos considerar la *aceleración normal total* (16). La expresión de esta fuerza será:

$$\boldsymbol{f_n} = -mv(\omega - \omega^*)\boldsymbol{n} = m\boldsymbol{v} \times (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^*) \qquad (\text{con } dv/dt > 0)$$

$$(17)$$

$$\boldsymbol{f_n} = -mv(\omega + \omega^*)\boldsymbol{n} = m\boldsymbol{v} \times (\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}^*) \qquad (\text{con } dv/dt < 0)$$

De la (17) y (1) se sigue que la *fuerza total* en la ND es:

$$\boldsymbol{f} = m_o(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}^*) \qquad (\text{con } dv/dt > 0)$$

$$\boldsymbol{f} = m_o(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}^*) \qquad (\text{con } dv/dt < 0)$$

que es isomórfica con la "Fuerza de LORENTZ" del electromagnetismo:

$$\boxed{\boldsymbol{f_o} = m_o(\boldsymbol{E_o} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B_o})}$$

Sorprendente resultado; más todavía si tenemos en cuenta que la expresión de la "Fuerza de LORENTZ" es exclusivamente experimental. Además, en el triedro de FRENET el módulo v de la velocidad es siempre *positivo* en el *sentido* en que se mueve la partícula. Sabemos que mientras el móvil describe la trayectoria el centro de curvatura describe la *evoluta;* en esta última el signo de $d\rho$ es también *siempre positivo.* Al invertir el sentido de recorrido *cambia el sentido los versores* $\boldsymbol{s}$ y $\boldsymbol{b}$ en el triedro de referencia; así $\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{s}$ pero dv se cambia en $-dv$ con $(-dv/d\rho)\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{\omega}^*$ El resultado de que ahora la *aceleración normal suplementaria:*

$$a_\rho^* \;=\; B'B''/dt^2 \;=\; dsdv/dt \;=\; v\omega^*$$

pasa a ser:

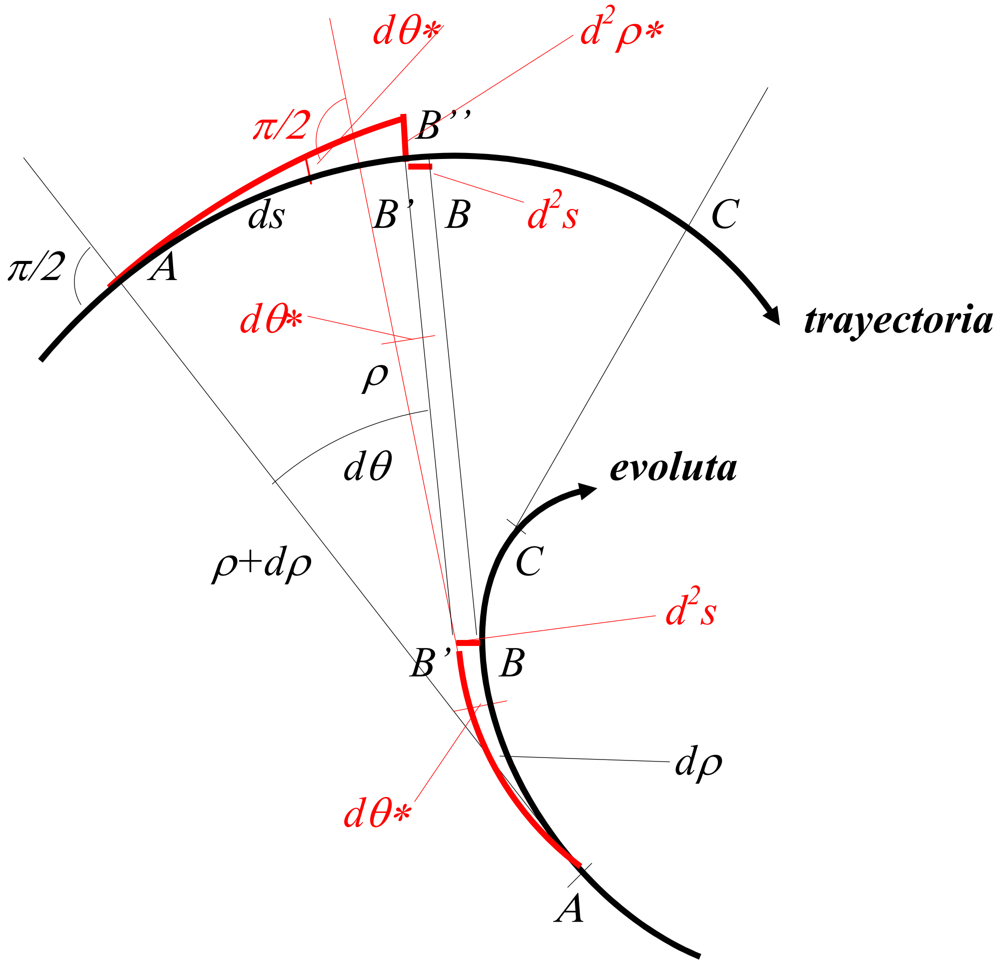
$$-\,a_\rho^* \;=\; B'B''/dt^2 \;=\; ds(-dv/dt) \;=\; -v\omega^*$$

y en expresión vectorial:

$$-\boldsymbol{a}_\rho^* \;=\; -\,\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}^*$$

inversa a la precedente al cambio de sentido del movimiento (ver expresiones (16) y (17) y Figs. 1, 2 y 1' , 2' al final). En consecuencia, si un punto material describe una determinada trayectoria y se *invierte el sentido de recorrido,* ésta resulta inalterada en el marco de la DC; es ***reversible.*** Sin embargo no sucede lo mismo en la ND, pues la trayectoria de "vuelta" ya no coincidirá con la de "ida"; es ***irreversible.***

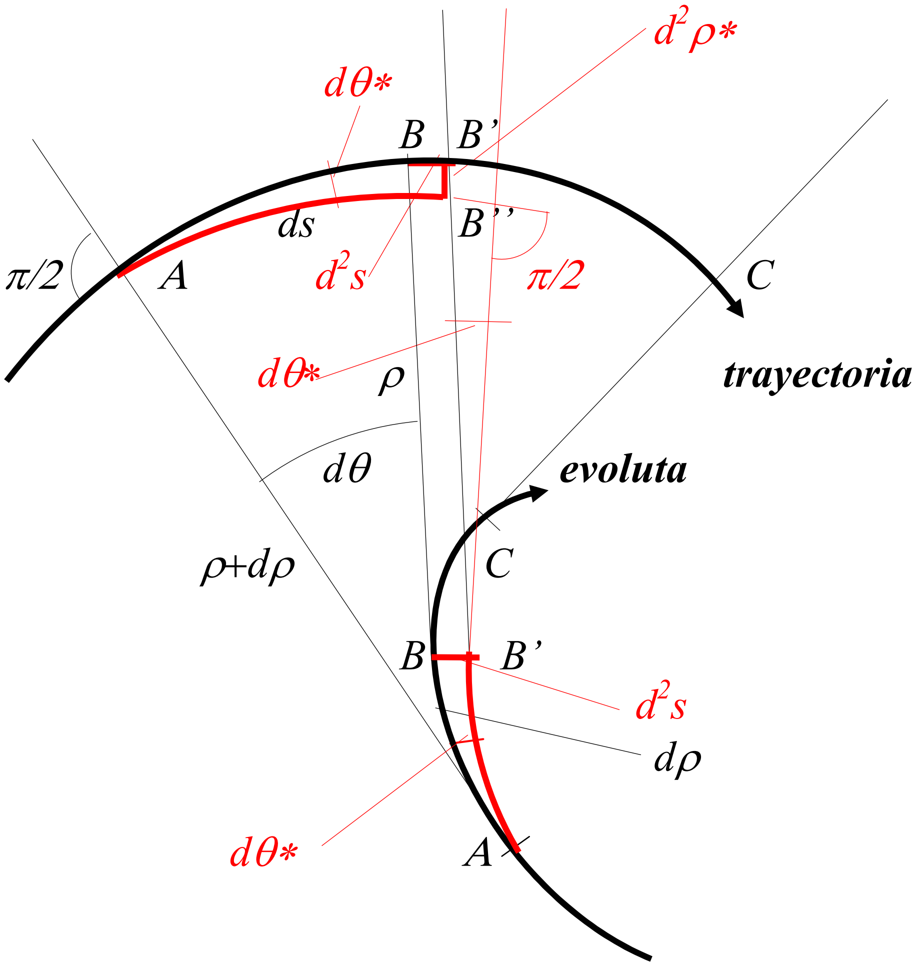
El ***CAOS***, descubierto en muchos fenómenos físicos; etc. es consecuencia de dicha ***irreversibilidad.*** (Como puede observarse en las siguientes figuras 1, 2, 1'. 2').



Aceleración Normal Suplementaria (cuando *dv/dt > 0)*

$$a_n^* \;=\; d^2\rho^*/dt^2$$

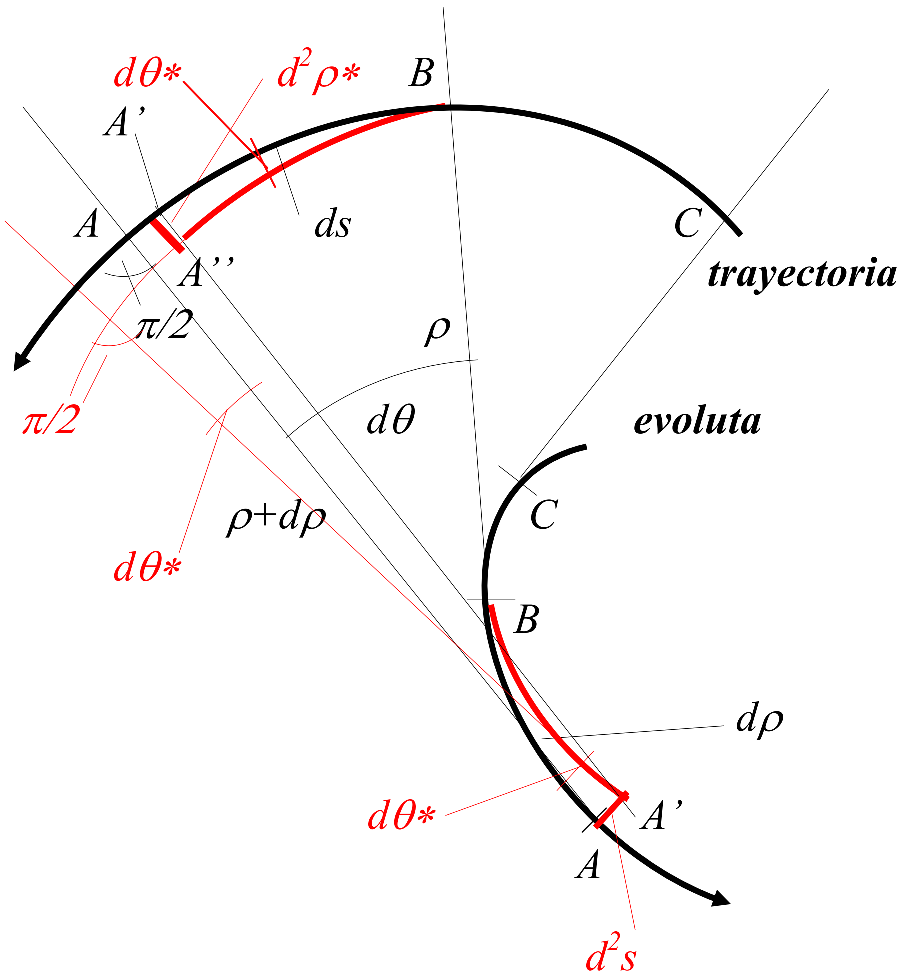
FIG. 1



Aceleración Normal Suplementaria (cuando $dv/dt < 0$)

$$a_n{}^* \;=\; d^2\rho{*}/dt^2$$

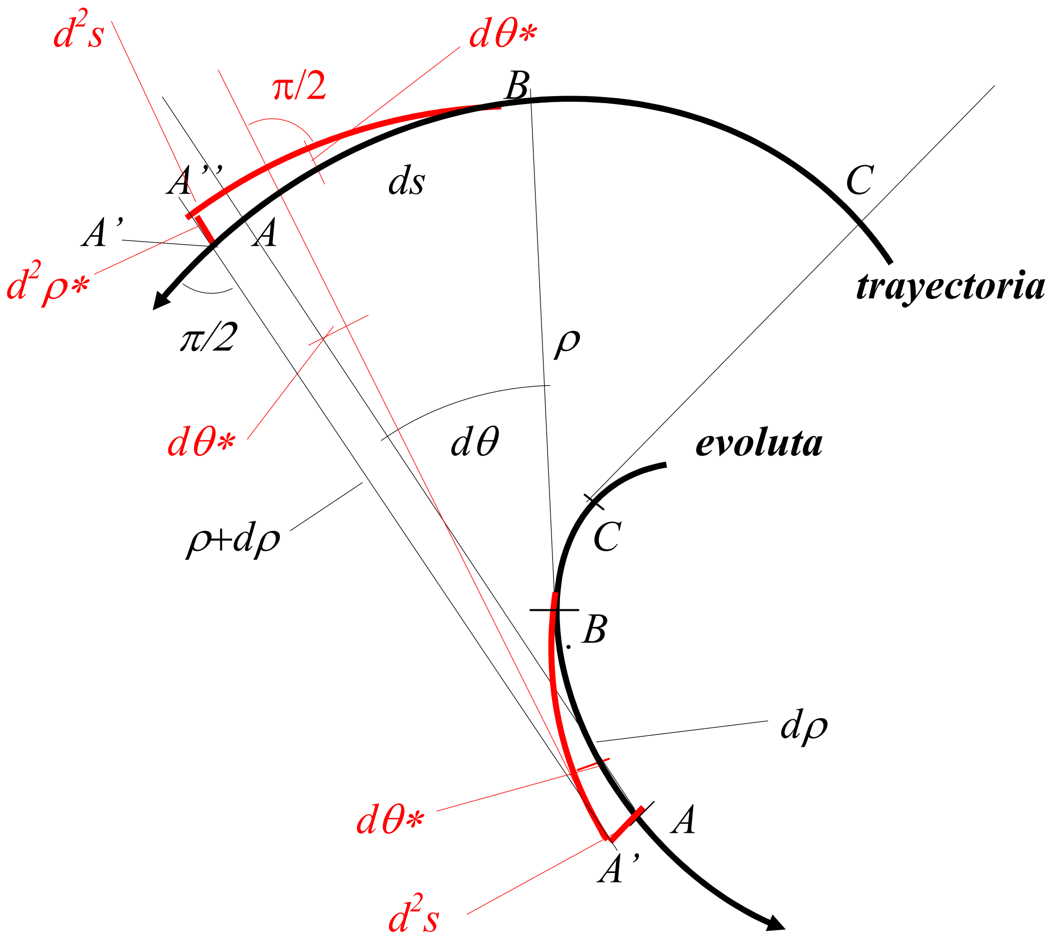
FIG. 2



Aceleración Normal Suplementaria
(en recorrido inverso, siendo ahora dv/dt > 0)

$$a_n* \;=\; d^2\rho*/dt^2$$

FIG. 1'



Aceleración Normal Suplementaria

(en recorrido inverso, siendo ahora dv/dt < 0)

$$a_n* \;=\; d^2\rho*/dt^2$$

FIG. 2'

CAPÍTULO III

ECUACIONES DE ONDA Y "ECUACIONES DE MAXWELL"

A. DETERMINACIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA CUANDO $U = U(P, t)$

1. A partir de la expresión general de la fuerza en la ND (10), se puede llegar a conclusiones análogas a las que rigen el electromagnetismo. Pero para proseguir nuestra investigación en este sentido es preciso hacer algunas hipótesis adicionales a partir de la expresión (9) cuya derivada es:

$$dU_c(P, t) + dU_p(P, t) = d[(1/2)mv^2] + dU_p(P, t) = 0$$

que podemos poner en la forma:

$$[\nabla U_c \cdot \boldsymbol{v} + \partial U_c/\partial t] + [\nabla U_p \cdot \boldsymbol{v} + \partial U_p/\partial t] = 0 \qquad (18)$$

Y hacemos ahora la hipótesis simplificadora de que se verifique:

$$\boxed{\begin{array}{l} \nabla U_c \cdot \boldsymbol{v} = -\nabla U_p \cdot \boldsymbol{v} \\ \\ \partial U_c/\partial t = -\partial U_p/\partial t \end{array}} \qquad (19)$$

Es claro que en general la correspondencia entre estos pares de valores, que satisfacen la (18), podrá ser más complicada, pero la última sirve perfectamente para nuestro propósito[44] . También, y en general, será:

---

44 En fenómenos "lentamente variables" será $|\partial Uc/\partial t| << |-\partial Up/\partial t|$ y $|\nabla Uc \cdot \boldsymbol{v}| >$

$$\nabla U_c \neq -\nabla U_p$$

y si desarrollamos el operador gradiente aplicado a la energía cinética resulta de inmediato:

$$\nabla U_c = m\boldsymbol{a}$$

Por otro lado observamos que la fuerza $\boldsymbol{f_0}$ es la componente de $\boldsymbol{f}$ que no depende del tiempo y lo mismo le sucede a la fuerza que nos define $-\nabla U_p$ en el instante que la calculamos, y así podemos escribir la igualdad:

$$\begin{aligned} \nabla U_p &= -\boldsymbol{f_o} = -m(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega^*}) = \\ &= -m\dot{v}\boldsymbol{s} + m(v^2/\rho)\boldsymbol{n} + (mv\dot{v}/\dot{\rho})\boldsymbol{n} = \\ &= -m(\boldsymbol{E_o} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B_o}) \qquad (20) \end{aligned}$$

Por otra parte habíamos hallado en (10) las expresiones para los vectores $\boldsymbol{E}$ y $\boldsymbol{B}$ dadas por:

$$\boldsymbol{E} = (1/m)[\boldsymbol{f_o} + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s}]$$
$$\boldsymbol{B} = (1/m)(1/2)(dm/d\rho)v\boldsymbol{b}$$

siendo $\partial U_c/\partial t = (1/2)(dm/dt)v^2$ y con el resultado (20), estas dos últimas se pueden escribir en la forma:

$$\boldsymbol{E} = (1/m)[-\nabla U_p + (1/v)(\partial U_c/\partial t)\boldsymbol{s}]$$
$$\boldsymbol{B} = (1/m)(1/v)(\partial U_c/\partial t)(dt/d\rho)\boldsymbol{b}$$

y por la hipótesis (19) es equivalente a:

$$\boldsymbol{E} = (1/m)[-\nabla U_p - (1/v)(\partial U_p/\partial t)\boldsymbol{s}]$$
$$\boldsymbol{B} = -(1/m)(1/v)(\partial U_p/\partial t)(dt/d\rho)\boldsymbol{b}$$

$> |-\nabla Up\cdot\boldsymbol{v}|$. Las (19) serán tanto más exactas cuanto mas rápida sea la variación. Recordamos aquí el paralelismo con los fenómenos electromagnéticos.

Estas dos últimas ecuaciones nos sugieren la posibilidad de definir un "potencial vector" de la forma:

$$\boxed{\boldsymbol{A} \;=\; (U_p(P,\, t)/v)\boldsymbol{s} \;+\; \boldsymbol{\Phi}(P)} \qquad (21)$$

siendo $\boldsymbol{\Phi}(P)$ un vector arbitrario, función de la posición solamente, y así resulta:

$$\boxed{\begin{aligned} \boldsymbol{E} \;&=\; (1/m)(-\nabla U_p \;-\; \partial\boldsymbol{A}/\partial t) \\ \boldsymbol{B} \;&=\; -(1/m)(\partial A/\partial t)(dt/d\rho)\boldsymbol{b} \end{aligned}} \qquad (22)$$

Ecuaciones análogas a las que se deducen en electromagnetismo a partir de la "fuerza de LORENTZ". Podemos calcular el rotacional de este potencial vector en el triedro de FRENET:

$$\nabla \times \boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{s} & \boldsymbol{b} & \boldsymbol{n} \\ \partial/\partial s & \partial/\partial b & \partial/\partial n \\ U_p/v & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{U_p}{v}\right)\boldsymbol{b} - \frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{U_p}{v}\right)\boldsymbol{n} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{U_p}{v}\right)\boldsymbol{b} = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial U_p}{\partial n}\right)\boldsymbol{b} \qquad (23)$$

puesto que, por ser el movimiento localmente plano, U_p no puede variar según la *binormal,* y la velocidad v sólo varía (en módulo) según la tangente. Además, se ha elegido $\boldsymbol{\Phi}(P) = \boldsymbol{0}$.

Pero por los resultados (20), la componente según la normal del gradiente de U_p es:

$$\partial U_p/\partial n \;=\; mv(v/\rho + dv/d\rho)$$

con lo que a la vista de (23) tenemos en definitiva:

$$\nabla\times\boldsymbol{A} \;=\; m(v/\rho \;+\; dv/d\rho)\boldsymbol{b} \;=\; m(\omega * \;+\; \omega) \qquad (24)$$

2. Si queremos que se verifique exactamente:

$$\boldsymbol{B} \;=\; (1/m)\,\nabla\times\boldsymbol{A}$$

deberemos identificar ambos miembros de esta igualdad a partir de las expresiones (21), (22) y (24) y tendremos:

$$-\frac{1}{m}\frac{\partial A}{\partial t}\frac{dt}{d\rho} \;=\; -\frac{1}{m}\frac{1}{v}\frac{\partial U_p}{\partial t}\frac{dt}{d\rho} \;=\; v/\rho \;+\; dv/d\rho$$

pero por la hipótesis (19), $\partial U_p/\partial t = -(1/2)(dm/dt)v^2$ con lo que:

$$-\frac{1}{m}\frac{1}{v}\left(-\tfrac{1}{2}\frac{dm}{dt}v^2\,\frac{dt}{d\rho}\right) \;=\; v/\rho \;+\; dv/d\rho$$

amplificando y multiplicando ambos miembros por $d\rho/vdt$ queda:

$$\tfrac{1}{2}\frac{1}{m}\frac{dm}{dt} \;=\; (d\rho/dt)/\rho \;+\; (dv/dt)/v \qquad \Rightarrow$$
$$(1/m)(dm/dt) \;=\; 2(d\rho/dt)/\rho \;+\; 2(dv/dt)/v \;=$$

$$=\; 2\frac{\dot{\rho}}{\rho} + 2\frac{\dot{v}}{v}$$

inmediatamente integrable en :

$$ln\, m \;=\; ln\, \rho^2 \;+\; ln\, v^2 \;+\; ln\, a^2$$

es decir:

$$m \;=\; a^2\, v^2\, \rho^2 \;\geq\; 0$$

cuyo sentido es que la masa no puede ser negativa.

Las ecuaciones generales (22), en el precedente caso particular toman la forma:

$$\boxed{\begin{aligned} \boldsymbol{E} \;&=\; (1/m)(-\nabla U_p \;-\; \partial \boldsymbol{A}/\partial t) \\ \boldsymbol{B} \;&=\; (1/m)\, \nabla \times \boldsymbol{A} \end{aligned}} \qquad (25)$$

Más adelante consideraremos el *caso límite* en que se cumple:

$$m \;\approx\; m_o \qquad\qquad v \;\approx\; v_o$$

y en el que sin embargo es:

$$dm/dt \;\neq\; 0 \qquad\qquad dv/dt \;\neq\; 0$$

Por este camino se deducen, como conclusión particular de esta ND, un grupo de ecuaciones *isomórficas* con las electromagnéticas de MAXWELL. Quedará asimismo de manifiesto el carácter *corpuscular-ondulatorio* de una partícula de masa $m = m(t)$ por hallarse sometida a un potencial no conservativo $U_p = U_p(P, t)$.

3. En la expresión de $\boldsymbol{E}$ hallada en (22) se puede calcular la divergencia, en el supuesto de que $U_p(P,\; t)$ tenga sentido físico en un entorno de la partícula cuya masa es función del tiempo: $m(t)$. Podremos escribir en este caso:

$$\nabla\cdot\mathbf{E} = (1/m)(-\nabla^2 U_p - \nabla\cdot(\partial\mathbf{A}/\partial t) \qquad (26)$$

pero:

$$\partial\mathbf{A}/\partial t = (1/v)(\partial U_p/\partial t)\mathbf{s}$$

y siendo

$$\partial U_p/\partial t = -\partial U_c/\partial t = -(1/2)(dm/dt)v^2$$

resulta:

$$\nabla\cdot(\partial\mathbf{A}/\partial t) = (\partial/\partial s)[(1/v)(\partial U_p/\partial t)] =$$
$$(\partial/\partial s)[-(1/2)(dm/dt)v] =$$
$$-(1/2)(dm/dt)(dv/dt)/v \qquad (27)$$

puesto que solamente es $v = v(s)$.

Por otra parte, de la expresión hallada para el gradiente de la energía potencial en (20), es inmediato que

$$\partial U_p/\partial s = -m(dv/dt) \qquad (28)$$

que junto con la precedente para $\partial U_p/\partial t$ (19) y la (27) nos da:

$$\nabla\cdot(\partial\mathbf{A}/\partial t) = -\frac{1}{2}\frac{dm}{dt}\frac{dv}{dt}\frac{1}{v} = -\frac{1}{2}\frac{dm}{dt}v^2 m\frac{dv}{dt}\frac{1}{v^3 m} =$$

$$-\frac{\partial U_p}{\partial t}\frac{\partial U_p}{\partial s}\frac{1}{v^3 m}$$

y entonces podemos escribir la divergencia de $\mathbf{E}$ (26) así:

$$\nabla\!\cdot\! \boldsymbol{E} \;=\; \frac{1}{m}\left(-\nabla^2 U_p + \frac{\partial U_p}{\partial t}\frac{\partial U_p}{\partial s}\frac{1}{v^3 m}\right)$$

y si tenemos en cuenta que fácilmente podemos hallar (a la vista de (28)):

$$\partial^2 U_p/\partial s\partial t \;=\; \partial^2 U_p/\partial t\partial s \;=\; -(dm/dt)(dv/dt)$$

también podemos poner a partir de (27):

$$\nabla\!\cdot\!(\partial \boldsymbol{A}/\partial t) \;=\; (1/2v)(\partial^2 U_p/\partial s\partial t)$$

y finalmente es:

$$\nabla\!\cdot\! \boldsymbol{E} \;=\; (1/m)[-\nabla^2 U_p \;-(1/2v)(\partial^2 U_p/\partial s\partial t)]$$

Si consideramos el entorno del punto material m , donde no existen fuentes, cuyo significado es $\nabla\!\cdot\! \boldsymbol{E} = 0$, obtenemos la "ecuación de onda":

$$\boxed{\nabla^2 U_p \;+\; \frac{1}{2v}\frac{\partial^2 U_p}{\partial s\partial t} \;=\; 0} \qquad (29)$$

que es completamente general y se satisface en dicho entorno.

4. Queda de manifiesto asimismo la estructura "partícula-onda" que posee un punto material en movimiento cuando su energía potencial no es conservativa. Este *dualismo* se manifiesta en la posibilidad de poner en correspondencia el aspecto *ondulatorio*, que se extiende a todo el espacio exterior a la partícula, y expresado por el término $\nabla^2 U_p$, con el aspecto *corpuscular*, localizado y expresado por:

$$\frac{1}{2v}\frac{\partial^2 U_p}{\partial s \partial t} = -\tfrac{1}{2} v \frac{dm}{dt}\frac{dv}{dt} = -\tfrac{1}{2} v\dot{m}\dot{v}$$

de modo que la ecuación de ondas de este “corpúsculo- onda” toma la forma:

$$\boxed{\nabla^2 U_p - \tfrac{1}{2}\frac{1}{v}\dot{m}\dot{v} = 0}$$

quedando así unificados ambos aspectos de la cuestión. Es evidente que no existirá tal estructura ondulatoria cuando $m = constante$ o bien $v = constante$.

5. Estudiamos ahora el caso particular en el que exigimos la conservación del momento lineal de la partícula:

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} = constante$$

derivando su módulo respecto al tiempo resulta:

$$(dm/dt)v + m(dv/dt) = 0$$

y utilizando las expresiones precedentemente halladas:

$$\partial U_p/\partial s = -m(dv/dt) = -m\dot{v}$$
$$\partial U_p/\partial t = -(1/2)(dm/dt)v^2 = -\tfrac{1}{2}\dot{m}v^2$$

tendremos:

$$-(dm/dt)v - m(dv/dt) \equiv -\frac{2}{v}\tfrac{1}{2}\dot{m}v^2 - m\dot{v} =$$

$$(2/v)\partial U_p/\partial t \;+\; \partial U_p/\partial s \;=\; 0$$

y si derivamos parcialmente ésta respecto al tiempo resultará:

$$(2/v)(\partial^2 U_p/\partial t^2) \;=\; -\partial^2 U_p/\partial s\partial t$$

con este resultado, la ecuación general de onda (29) pasa a ser en este caso particular:

$$\boxed{\nabla^2 U_p - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 U_p}{\partial t^2} \;=\; 0} \qquad (30)$$

que es isomórfica con la ecuación de onda de D'ALEMBERT, sólo que aquí la velocidad no es constante; si lo fuera desaparecería el aspecto ondulatorio de la materia, pero podemos acercarnos, como resultado límite, de modo que: dv/dt y dm/dt no sean nulos y sin embargo podamos considerar: $v \approx constante = v_o$ y $m \approx constante = m_o$, que son perfectamente compatibles (basta imaginar, por ejemplo, duraciones muy breves de estas variaciones de velocidad y de masa). Además, y a la vista de la expresión (26), es posible escribir:

$$\begin{aligned} -m\nabla\cdot\boldsymbol{E} \;=\; & \nabla^2 U_p \;+\; \nabla\cdot(\partial\boldsymbol{A}/\partial t) \;= \\ & \nabla^2 U_p \;+\; (\partial/\partial t)\,\nabla\cdot\boldsymbol{A} \;=\; 0 \end{aligned}$$

y de la última ecuación de onda (30) resultará:

$$(\partial/\partial t)\,\nabla\cdot\boldsymbol{A} \;=\; -(1/v^2)(\partial^2 U_p/\partial t^2)$$

y en definitiva:

$$\boxed{\nabla\cdot\boldsymbol{A} = -(1/v^2)(\partial U_p/\partial t) + \phi(P)}$$

siendo $\phi(P)$ arbitraria e independiente del tiempo; también es isomórfica con la "condición de LORENTZ" del electromagnetismo, con la salvedad de que aquí la velocidad no es constante..

B. DEDUCCIÓN DE LAS "ECUACIONES DE MAXWELL"

1. En la expresión general para el vector $\boldsymbol{B}$ (22) podemos calcular la divergencia:

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = \nabla\cdot\left(-\frac{1}{m}\frac{\partial A}{\partial t}\frac{dt}{d\rho}\boldsymbol{b}\right) = -\frac{1}{m}\frac{dt}{d\rho}\,\nabla\cdot(U_p/v)\boldsymbol{b} =$$

$$= -\frac{1}{m}\frac{dt}{d\rho}\frac{1}{v}\frac{\partial U_p}{\partial b} = 0$$

por ser $\partial U_p/\partial b = 0$, puesto que el movimiento de la partícula es en el plano osculador a la trayectoria y ∇U_p no tiene componente según la binormal $\boldsymbol{b}$ [ver (20)]. Así pues, siempre se verifica:

$$\boxed{\nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0}$$

con lo que $\boldsymbol{B}$ será necesariamente el *rotacional* de un vector.

2. Vamos a considerar ahora el *caso límite*, que ya se ha citado anteriormente, en el que se satisfacen las condiciones:

$$dm/dt \neq 0 \quad \text{pero} \quad m \approx m_o = constante$$

$$dv/dt \neq 0 \quad \text{pero} \quad v \approx v_o = constante$$

y, en consecuencia, también será aproximadamente constante la energía cinética de la partícula[45]. Para proseguir nuestro estudio partimos de que se cumple:

$$\boldsymbol{B} = (1/m)\, \nabla\times\boldsymbol{A}$$

que, como ya se vio, exige: $m = a^2v^2\rho^2 \approx m_o$. Y, por ser la velocidad cuasi-constante, implica que lo sea asimismo el radio de curvatura; es decir, se tratará de una trayectoria cuasi-circular, o una recta como caso límite. Así, a partir de la primera ecuación de (22), podemos escribir:

$$\nabla\times m_o\boldsymbol{E} \approx -(\partial/\partial t)\, \nabla\times\boldsymbol{A}$$

por ser lícito permutar el orden de derivación (en el supuesto de que se satisfagan las condiciones del teorema de SCHWARZ). De ahí se sigue:

$$\boxed{\nabla\times\boldsymbol{E} \approx -\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{m_0}\, \nabla\times\boldsymbol{A} = -\,\partial\boldsymbol{B}/\partial t} \tag{31}$$

Ecuación para este caso límite que consideramos y que es isomórfica con la de MAXWELL-FARADAY.

3. Supongamos ahora que se satisface la “condición de LORENTZ":

45 También caben casos singulares en los que sea $U_C = constante$ y sin embargo se cumplan también los precedentes requisitos.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{A} = -(1/v^2)(\partial U_p/\partial t)$$

en las mismas condiciones del precedente apartado. Además de la expresión general para $\boldsymbol{E}$ (25) es inmediato que:

$$\partial \boldsymbol{E}/\partial t = \frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial t}(-\nabla U_p - \partial \boldsymbol{A}/\partial t) =$$
$$\frac{1}{m}[-\nabla(\partial U_p/\partial t) - \partial^2 \boldsymbol{A}/\partial t^2]$$

y en la hipótesis de que se cumpla la "condición de LORENTZ", podemos escribir:

$$\partial \boldsymbol{E}/\partial t \approx \frac{1}{m}[\nabla(v_o^2\, \nabla \cdot \boldsymbol{A}) - \partial^2 \boldsymbol{A}/\partial t^2] =$$
$$\frac{1}{m}[v_o^2(\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{A} + \nabla^2 \boldsymbol{A}) - \partial^2 \boldsymbol{A}/\partial t^2]$$

por ser en nuestro caso $\nabla v_o^2 = 0$.

Y a partir de $\boldsymbol{B} = \frac{1}{m} \nabla \times \boldsymbol{A}$ entonces es:

$$\partial \boldsymbol{E}/\partial t \approx \frac{1}{m} v_o^2[\nabla \times m\boldsymbol{B} + \nabla^2 \boldsymbol{A} - \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2}]$$

agrupando términos y siendo $m \approx m_o$ en nuestro caso resulta:

$$\nabla \times \boldsymbol{B} \approx \frac{1}{v_0^2}\partial \boldsymbol{E}/\partial t + \frac{1}{m_0}[-\nabla^2 \boldsymbol{A} + \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2}]$$

pero si consideramos la definición dada para el potencial vector $\boldsymbol{A}$ en (21) y la ecuación de onda (29) es inmediato que:

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{A} - \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = 0}$$

y de ésta y la anterior resulta:

$$\boxed{\nabla\times\mathbf{B} \approx \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}} \qquad (32)$$

Isomórfica con la ecuación de MAXWELL-AMPÈRE.

4. A partir de la ecuación (31) y con idénticas hipótesis podemos escribir:

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E} = \nabla\nabla\cdot\boldsymbol{E} - \nabla^2\boldsymbol{E} \approx -\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\boldsymbol{B}$$

pero, al ser $\nabla\cdot\boldsymbol{E} = 0$ entonces también es:

$$\nabla^2\boldsymbol{E} - \frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\boldsymbol{B} \approx 0$$

que teniendo presente la (32) nos da:

$$\nabla^2\boldsymbol{E} - \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{v_0^2}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t} = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$\boxed{\nabla^2\boldsymbol{E} - \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0}$$

De la última expresión (32) para $\nabla\times\boldsymbol{B}$ podemos deducir:

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{B} \approx \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\boldsymbol{E}$$

y a la vista de (31) es inmediato:

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{B} = \nabla\nabla\boldsymbol{B} - \nabla^2\boldsymbol{B} \approx \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial}{\partial t}(-\partial\boldsymbol{B}/\partial t)$$

y por ser siempre $\nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0$, finalmente tenemos:

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{B} - \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial t^2} \approx 0}$$

5. Siguiendo en el problema límite de los precedentes apartados, es evidente que siendo la energía cinética U_c aproximadamente constante, podemos derivar ésta respecto al tiempo y tendremos la relación:

$$mv(dv/dt) + (1/2)(dm/dt)v^2 \approx 0$$

Y podemos escribir en forma desarrollada las ecuaciones (10) para $\boldsymbol{E}$ y $\boldsymbol{B}$:

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{m}[m\boldsymbol{a} - mv(dv/dt)(dt/d\rho)\boldsymbol{n} + \tfrac{1}{2}(dm/dt)v\boldsymbol{s}]$$

$$\boldsymbol{B} = \frac{1}{mv}(dt/d\rho)\tfrac{1}{2}(dm/dt)v^2\boldsymbol{b}$$

Si ahora imponemos la condición de que $\boldsymbol{E}$ sea normal a $\boldsymbol{v}$, la componente según $\boldsymbol{s}$, en la ecuación anterior, deberá ser nula:

$$mdv/dt + \tfrac{1}{2}(dm/dt)v = 0$$

cuyo significado es precisamente $U_c = constante$. Y entonces, en este caso límite, las ecuaciones serán:

$$\boldsymbol{E} \approx [-v_o^2/\rho_o - v_o(dv/dt)(dt/d\rho)]\boldsymbol{n}$$

$$\boldsymbol{B} \approx (1/m_O)\,\nabla\times\boldsymbol{A} = (v_o/\rho_o + dv/d\rho)\boldsymbol{b}$$

Si deseamos una analogía con el caso electromagnético de “onda plana”, esto significa que el radio de curvatura deberá tender a infinito o ser muy grande en comparación con las demás magnitudes, y así deberá ser:

$$v_o/\rho_o \approx 0$$

y entonces los vectores $\boldsymbol{E}$ y $\boldsymbol{B}$ serán:

$$\boldsymbol{E} \approx -v_o(dv/d\rho)\boldsymbol{n}$$
$$\boldsymbol{B} \approx (dv/d\rho)\boldsymbol{b} = \boldsymbol{\omega^*}$$

con lo que: $E/B \approx -vo$. La fuerza que actúa sobre la partícula en este caso límite es:

$$\boxed{\boldsymbol{f} = m_o(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v_o}\times\boldsymbol{B}) \approx 0}$$

y además de esta última resulta: $\boldsymbol{v_o}\times\boldsymbol{B} = \boldsymbol{E}$, y puesto que $\boldsymbol{E}$ es transversal, esta relación nos indica que la dirección de propagación $\boldsymbol{v}$, juntamente con $\boldsymbol{E}$ y $\boldsymbol{B}$, forma un triedro directo. En esta situación límite es inmediato que también se verifica;

$$\boldsymbol{B} = (1/v_o)\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{E}$$

de ahí que podamos afirmar, en ese caso particular, la existencia de una *onda plana* progresiva con velocidad de propagación $v = v_o$.

Es evidente que, al igual que en electromagnetismo, se verifica la relación:

$$|E| \,/\, |B| = v_o$$

6. Terminamos aquí nuestro estudio comparativo con el electromagnetismo. Cualquier campo en que la energía potencial sea $U_p = U_p(P, t)$, y no se pueda reducir a casos triviales, a los que ya hemos hecho referencia a lo largo del presente estudio, tiene esta estructura. Por ejemplo, se debería aplicar la presente teoría a aquellos casos en que la DC resulta insuficiente como sucede en el famoso problema de los “tres cuerpos” (asteroides “troyanos”, etc.).

CAPÍTULO IV

NOTAS COMPLEMENTARIAS

A. CONDICIÓN DE FUERZA CENTRAL (ND)

Para mayor sencillez consideramos la trayectoria plana y expresada en coordenadas polares (por tratarse de un estudio local siempre es posible tomar el referencial situado en el plano osculador a la trayectoria y en reposo respecto al triedro de FRENET). Así, pues, tendremos (ver Fig. 2):

$$|tg\alpha| = |d\rho/d\sigma| = \left|\frac{\dot\rho}{\dot\sigma}\right| \qquad \textit{(with } d\sigma = \rho d\theta\textit{)}$$

y las componentes de la fuerza en el triedro intrínseco son:

$$f_s = mdv/dt + (1/2)(dm/dt)v = m\dot v + \tfrac{1}{2}\dot m v$$

$$-f_n = mv^2/R + mv(dv/dR) + (1/2)(dm/dt)v^2(dt/dR) =$$

$$m\frac{v^2}{R} + mv\frac{\dot v}{\dot R} + \tfrac{1}{2}\dot m v^2 \frac{1}{\dot R}$$

y por ser la fuerza central por hipótesis (esto es, según el radio polar), también podemos poner:

$$|tg\alpha| = |f_s| / |f_n| =$$

$$= |[mdv/dt + (1/2)(dm/dt)v] / [mv^2/R + mvdv/dR +$$

$$+(1/2)(dm/dt)v^2dt/dR]| =$$

$$= |[mdv + (1/2)dmv] / [mvds/R + mdsdv/dR + (1/2)dmvds/dR]| =$$

$$= |[dv/v + (1/2)dm/m] / [ds/R + (ds/dR)dv/v + (1/2)(dm/m)ds/dR]| =$$

$$= [|dR/ds||dv/v + (1/2)dm/m|] / [|dR/R + dv/v + (1/2)dm/m|] =$$

$$
= \frac{\left|\frac{\dot{R}}{v}\right| \left|\frac{\dot{v}}{v} + \frac{1}{2}\frac{\dot{m}}{m}\right|}{\left|\frac{\dot{R}}{R} + \frac{\dot{v}}{v} + \frac{1}{2}\frac{\dot{m}}{m}\right|} = \left|\frac{\dot{\rho}}{\dot{\sigma}}\right| \qquad (33)
$$

Esta última nos da la condición que debe cumplir la fuerza, que actúa sobre la partícula m , para que sea central.

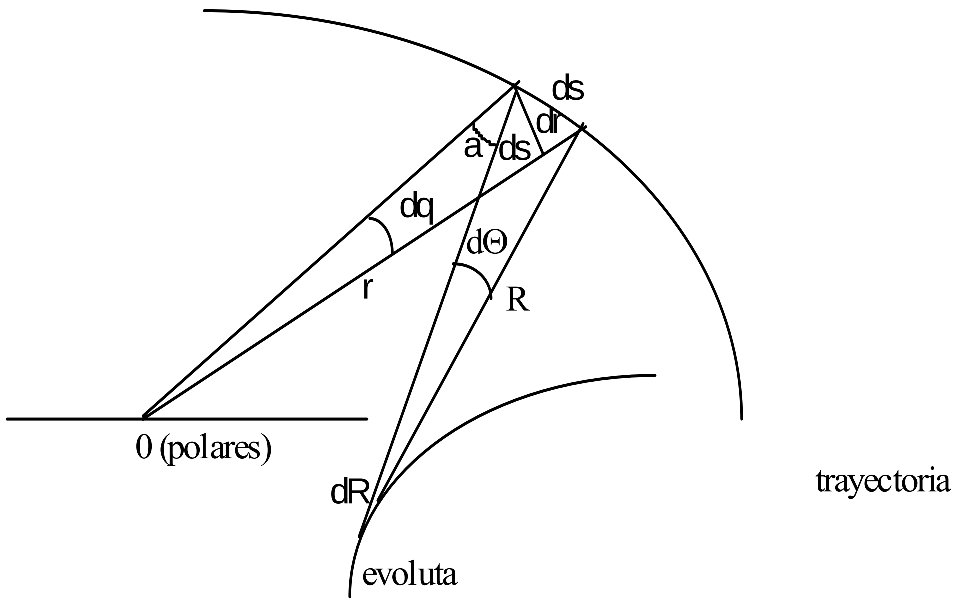


Fig. 2

B. CONDICIÓN DE FUERZA CENTRAL *(caso singular de espiral logarítmica)*

Dada la ecuación de la espiral logarítmica en coordenadas polares:

$$
\rho = \rho_o e^{B(\theta - \theta o)} \qquad (34)
$$

se cumplen las relaciones:

$$R = c\rho$$

$$\dot{R} = c\dot{\rho}$$

$$\dot{s} = c\dot{\sigma} \qquad (35)$$

siendo R el radio de curvatura, ds el arco de trayectoria y $d\sigma = \rho d\theta$. Estas propiedades se derivan de que la espiral logarítmica es siempre semejante a sí misma. Aplicando la condición de fuerza central (33) a este caso particular en que las magnitudes vienen dadas por las expresiones (35), tendremos:

$$\frac{\dot{v}}{v} + \tfrac{1}{2}\frac{\dot{m}}{m} = \pm\left(\frac{\dot{R}}{R} + \frac{\dot{v}}{v} + \tfrac{1}{2}\frac{\dot{m}}{m}\right) \qquad (36)$$

a) En (36) signo (+) : en este caso es $\dot{R}/R = 0 \;\Rightarrow\; R = constante$ y la espiral logarítmica se reduce a una circunferencia.

b) En (36) signo (–) : nos da la condición de fuerza central en las *espirales logarítmicas*, pues resulta:

$$\frac{\dot{R}}{R} + \frac{\dot{m}}{m} + 2\frac{\dot{v}}{v} = 0$$

que integrada nos conduce a:

$$Rmv^2 = A^2 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{mR^3\dot{\Theta}^2 = A^2} \qquad (37)$$

Como acabamos de justificar, en este caso singular deberemos suponer que la masa se mantiene constante con suficiente aproximación. Así la fuerza normal a la trayectoria, en el triedro de FRENET, será:

$$f_n = -m_0\left(\frac{v^2}{R} + v\dot{v}\frac{1}{\dot{R}}\right) =$$

$$=-\,m_0((R^2\dot{\Theta}^2\,/\,R)+R\dot{\Theta}(\dot{R}\dot{\Theta}+R\ddot{\Theta})\frac{1}{\dot{R}}) \qquad (38)$$

Y puesto que la espiral logarítmica satisface las condiciones (35):

$$R \;=\; c\rho \qquad\qquad \dot{\theta} \;=\pm\,\dot{\Theta}$$

sustituyendo estos valores en la anterior tenemos:

$$f_n \;=-\,m_0 c\left(2\rho\dot{\theta}^2+\rho^2\dot{\theta}\ddot{\theta}\frac{1}{\dot{\rho}}\right) \qquad (39)$$

y teniendo presente la condición de fuerza central newtoniana (37) :

$$m_o\rho^3\dot{\theta}^2 \;=\; 2a^2/(1+B^2)\;>\;0$$

derivando ésta respecto al tiempo nos da:

$$3\rho^2\dot{\rho}\dot{\theta}^2+2\rho^3\dot{\theta}\ddot{\theta} \;=\; 0$$

de donde es:

$$\rho^2\dot{\theta}\ddot{\theta}\frac{1}{\dot{\rho}} \;=\; -\tfrac{3}{2}\rho\dot{\theta}^2$$

valor que introducido en la expresión (39) nos da:

$$f_n \;==\; -\tfrac{1}{2}m_0 c\rho\dot{\theta}^2$$

Y a la vista de (38) y de esta última podemos escribir:

$$f_n = -\tfrac{1}{2} m_0 c\rho\dot{\theta}^2 \quad = \; -m_0\left(\frac{v^2}{R} + v\frac{\dot{v}}{\dot{R}}\right) = -\tfrac{1}{2} m_0 \frac{v^2}{R} \; < \; 0$$

y finalmente de ésta:

$$-v\frac{\dot{v}}{\dot{R}} \; = \; (1/2)v^2/R \; > 0$$

en la que, en el triedro de FRENET, siempre son: $R > 0$, $\dot{R} > 0$, $v > 0$, con lo que necesariamente debe ser:

$$\boxed{\dot{v} \; = \; dv/dt \; < \; 0}$$

en el triedro intrínseco, y cuyo significado es que ***la espiral logarítmica es posible*** con fuerzas de atracción newtonianas; pero solamente en este caso ($-dv/dt \; > 0$) de salida hacia el infinito, con velocidad parabólica.

C. FUERZA CENTRAL *(Expresada en coordenadas polares*)

Dos puntos materiales que interaccionan y están aislados, conservan la energía –sistema cerrado– y el CM se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme o permanece en reposo respecto a un marco inercial. En la ND ocurre lo mismo en este caso: conservación del *momento lineal*, aunque no se conservará en general el *momento angular* por ser $m = m(t)$. Por ser inercial el movimiento del CM pondremos el origen del referencial ahí. Obviamente el movimiento es plano. Podemos aplicar a este problema de fuerza central la definición de fuerza de la ND dada en (4) puesto que toda la energía cinética depende de ρ . Así, en primer lugar, tendremos:

$$U_c(P, t) \; + \; U_p(P, t) \; = \; (1/2)mv^2 \; + \; U_p(P ,t) \; = \; C$$

y la fuerza central en coordenadas polares será:

$$\boldsymbol{f_c} = \boldsymbol{f_\rho} = (dU_c/d\rho)\boldsymbol{\rho} \qquad (40)$$

Siendo $\boldsymbol{\rho}$ el *versor* según el *radio polar*. La energía cinética vendrá dada por:

$$U_c = (1/2)m\rho^2\dot{\theta}^2 + (1/2)m\,\dot{\rho}^2$$

y a partir de (40) podemos escribir:

$$\boxed{f_c = f_\rho = m\left(\rho\dot{\theta}^2 + \rho^2\dot{\theta}\frac{\ddot{\theta}}{\dot{\rho}} + \ddot{\rho}\right) + \tfrac{1}{2}\dot{m}\rho^2\dot{\theta}^2\frac{1}{\dot{\rho}} + \tfrac{1}{2}\dot{m}\dot{\rho}} \qquad (41)$$

Expresión que lógicamente es distinta de la correspondiente a la DC, en la que sólo interviene la masa y la aceleración radial:

$$ma_\rho = m_0\left(-\rho\dot{\theta}^2 + \ddot{\rho}\right)$$

Si imponemos a (41) la condición de que la aceleración sea central y la masa constante, como caso singular, se verificará:

$$\rho^2\dot{\theta} = constante$$

que derivada respecto al tiempo nos da:

$$2\rho\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho^2\ddot{\theta} = 0$$

y de ésta es inmediato:

$$\rho^2 \frac{\dot{\theta}\ddot{\theta}}{\dot{\rho}} = -2\rho\theta^2$$

y sustituyendo este valor en la ecuación (41), resulta finalmente:

$$f_\rho = m\left(-\rho\dot{\theta}^2 + \ddot{\rho}\right) = ma_\rho$$

como debe ser.

CAPÍTULO V

IRREVERSIBILIDAD Y CAOS

La irreversibilidad de las trayectorias de puntos materiales es causa de su impredecibilidad matemática aunque siguen siendo deterministas; de hecho el caos no existe, no es más que una forma de indicar dicha impredecibilidad.

1. En lo que precede hemos presentado la *Nueva Dinámica (ND)* de *Sistemas Mecánicos Irreversibles*, requisito previo para la exposición del presente apartado dedicado a una de las más importantes conclusiones de esta ND. Nos parece interesante citar un resumen de la *Teoría del Caos* actual; a este fin transcribimos a continuación un estudio completo sobre este particular.[46]

Teoría del caos

En el presente ensayo sobre la "Teoría del Caos" se realiza un análisis partiendo de las diferencias surgidas entre la Ciencia del siglo XIX y XX, es decir, la posición determinista y la "Nueva Física". Hasta principios del siglo XX, la Física se sitúa en la certeza de la predicción de los fenómenos, a pesar de los antecedentes de Poincaré en el siglo XIX sobre el problema de los tres cuerpos, donde se expresa que sólo podemos tener una "aproximación" y que la predicción se vuelve imposible. Sin embargo, se ignora tal postura y se continúa en la misma línea hasta el fin de la "Revolución de la Física"; es entonces que se retoman las consecuencias del descubrimiento de Poincaré y se observa que las variables pueden desarrollar un comportamiento caótico, complicado e impredecible pero dentro de un orden geométrico observable. Es así que, a partir de este enfoque, se desarrolla la "Teoría de Caos" , aportando un paradigma donde los problemas científicos pueden resolverse desde esta nueva óptica.

Desde hace algunos años oímos mencionar vagamente una "Teoría" a la que se dio por llamar "del Caos". No obstante, pocas de las referencias han sido claras. Para comprender el significado de la Teoría del Caos es conveniente analizar las diferencias entre la Ciencia del siglo XIX y la del XX.

[46]La dirección es: http://hverdugo.tripod.cl/cuenta_medio.htm donde no se cita el nombre del autor.

Durante el siglo XIX, la Ciencia llegó a un triunfalismo determinista. Se creía que la Física, la más rigurosa e importante de las Ciencias, estaba a punto de cerrarse, ya que casi estaba todo concluido. Las leyes se expresaban en la Física de manera estrictamente determinista. Aunque ninguna otra Ciencia (excluiremos a las Matemáticas por ser otra su naturaleza y metodología) podía jactarse de lo mismo, se suponía que como la Física expresaba las leyes fundamentales del Universo, éstas eran igualmente aplicables en Química, Biología, Psicología, etc. sólo que en éstas, los temas de estudio se presentaban con mayor complejidad (una bacteria es mucho más compleja que el Sol mismo).

Pierre Simon de Laplace, el gran matemático, ya desde el siglo XVIII había expresado la idea dominante: "El estado presente del sistema de la Naturaleza es evidentemente una consecuencia de lo que fue en el momento precedente, y si concebimos una inteligencia tal que a un instante dado conociera todas las fuerzas que animan la Naturaleza y las posiciones de los seres que las forman, podría condensar en una única fórmula el movimiento de los objetos más grandes del Universo y de los átomos más ligeros: nada sería incierto para dicho ser, y tanto el futuro como el pasado estarían presentes ante sus ojos". Ese era el anhelo de la Ciencia: ser capaz de predecirlo todo.

Pero en la misma Física, hacia finales del siglo XIX, aparecieron unos problemas que no parecían encontrar solución dentro del marco científico existente: eran llamados "el problema del éter" y la "catástrofe ultravioleta". Estos problemas llevaron a la Física a una revolución que desembocó en la Teoría de la Relatividad por un lado, y la Mecánica Cuántica, por el otro. Ambas teorías parecen desafiar el sentido común al proponer que el tiempo es relativo o que existen partículas virtuales llenando el Universo. La Mecánica Cuántica, en particular, postuló un principio devastador para la fe del científico en la posibilidad de hacer predicciones de todo; en pocas palabras, el Principio de Incertidumbre de Heisenberg afirma que nunca es posible tener mediciones exactas: sólo se podrán hacer aproximaciones. Nunca podremos conocer con exactitud la magnitud de lo ancho de esta hoja, sólo podremos decir, realmente que está entre 21.55 y 21.65, por ejemplo.

Muchos científicos se resistían a aceptar este principio, entre ellos Albert Einstein, quien trató de demostrar su inconsistencia, pero lo único que logró fue fortalecerlo aún más.

Los físicos se hallaban extremadamente atareados en desarrollar estas nuevas ideas. Algunos químicos se interesaban por el efecto de la Mecánica Cuántica en su disciplina. Los demás científicos, en tanto, se encontraban ocupados en sus propias disciplinas, menos maduras. Ninguno de ellos veían efectos importantes de las nuevas teorías de la Física sobre sus áreas. En efecto, la Teoría de la Relatividad se aplica a lo muy grande (del tamaño del Sol o mayor) o lo muy veloz (a velocidades cercanas a las de la luz); mientras que la Mecánica Cuántica se ocupa de lo muy pequeño (de tamaño menor que el átomo).

Mientras esto ocurría, pocos reparaban en un tercer problema insoluble de la Física que traería consecuencias insospechadas en el examen científico de los fenómenos cotidianos: el problema de los tres cuerpos.

El problema de los tres cuerpos era más que nada astronómico: si se tienen dos cuerpos en el espacio, es fácil deducir las ecuaciones del movimiento: se moverán en elipses, por ejemplo. Pero si se tienen tres cuerpos, ya no hay manera de encontrar tales ecuaciones exactas, solamente aproximaciones válidas para un intervalo. Al salir de ese intervalo de validez, se debe hacer otras aproximaciones.

Henri Poincaré decidió atacar el problema de los tres cuerpos a finales del siglo XIX, con motivo de un concurso de Matemáticas organizado en Suecia. Al estudiarlo, encontró algo que le sorprendió: un sistema tan sencillo de plantear como el de los tres cuerpos podría dar un comportamiento extremadamente complicado, tanto que imposibilitaba hacer predicciones a largo plazo en el mismo.

Poincaré mismo lo expresa de esta manera: "Una pequeña causa que nos pasa desapercibida determina un considerable efecto que es imposible de ignorar, y entonces decimos que el efecto es debido al azar. Si conocemos exactamente las leyes de la Naturaleza y la situación del Universo en el momento inicial, podemos predecir exactamente la situación de este mismo Universo en un momento posterior. Pero aun si fuera el caso que las leyes de la Naturaleza no nos guardasen ningún secreto, todavía nosotros conoceríamos la situación inicial sólo aproximadamente. Si esto nos permitiera predecir la situación posterior con la misma aproximación, que es todo lo que necesitamos, podríamos afirmar que el fenómeno ha sido predicho, que es gobernado por leyes conocidas. Pero esto no es siempre así; puede pasar que pequeñas diferencias en las condiciones iniciales produzcan grandes diferencias en el fenómeno final. Un pequeño error al principio produce un error enorme al final. La predicción se vuelve imposible, y tenemos un fenómeno fortuito".

Los físicos y demás científicos hicieron poco caso de este descubrimiento matemático (de hecho sólo los matemáticos continuaron trabajando en ello). Hasta el último cuarto del siglo XX donde, una vez apaciguada la llama de la Revolución de la Física, se observaron las consecuencias del descubrimiento de Poincaré. Y sobre todo por la ayuda de los ordenadores.

Se pretendía hacer predicciones a medio plazo del clima apoyándose en cálculo computacional intensivo. Pero se vio que era imposible porque simplemente tres variables podían desarrollar un comportamiento "caótico", es decir, muy complicado e impredecible (cambios no periódicos y crecimiento del efecto de las pequeñas diferencias en el inicio). Sin embargo, este caos es distinto del comportamiento al azar. Existe un orden dentro del caos que puede observarse geométricamente.

Imaginemos una curva en el espacio. La curva nunca se cruza, pero es infinita. Se construyó con unas determinadas condiciones iniciales (es decir, a partir de un punto determinado en el espacio). Si hubiésemos iniciado desde otro punto, por muy cercano que estuviera al punto original, la trayectoria hubiera sido distinta en el sentido de que si en la primera dio 4 vueltas alrededor del un lóbulo antes de pasarse al otro, en la segunda trayectoria daría, digamos 17 vueltas antes de pasar al otro lóbulo. Pero ¡las dos trayectorias, en conjunto se verían como la curva imaginada. Siempre la misma figura. Ninguna trayectoria puede alejarse de los lóbulos ni entrar dentro de ellos, no son trayectorias al azar, aunque no sean predictibles.

Ahora, ¿qué importancia tenía para las Ciencias? Si tres variables generan un comportamiento complicado, no aleatorio, ¿qué no harán más variables? Aquí acaba la posibilidad de predicción a largo plazo de la Ciencia. Sin embargo, visto al revés, un comportamiento complejo, en lugar de ser causado por un enorme número de variables, la mayoría indeterminadas, ¿no será en realidad manejado por un puñado de variables en comportamiento caótico?

La teoría del Caos aporta un nuevo enfoque a la complejidad que es la característica común en la inmensa mayoría de los problemas de la Ciencia: reacciones químicas en el suelo, el comportamiento humano... todo eso rebosa complejidad. Y el caos no es desorden simplemente, sino un orden diferente, que debe verse de otro modo. Más aún, muchas variables no necesariamente han de generar un comportamiento tan complicado que parezca al azar. Muchas veces, de sus interacciones emerge un orden diferente. Por ejemplo, de la interacción de muchos seres humanos puede surgir una sociedad, que contiene un orden evidente. No es predecible a largo plazo, pero el orden existe, como en el atractor de Lorentz.

Así, la teoría del Caos puede aplicarse a toda Ciencia, pero hay que entender el enfoque nuevo que aporta, una especie de paradigma que no descarta ni el desorden aparente ni lo que parece ser "ruido de fondo" de un comportamiento lineal perfecto. Muchos problemas científicos podrían resolverse con una nueva óptica.

El caos es impredecible, pero determinable. O dicho de otro modo, el caos no es aleatorio, tiene un orden subyacente. En un principio, la teoría del caos se aplicaba al análisis de circuitos electrónicos, encontrando resultados tales como el aumento de la potencia de láseres (Ditto y Pecora) y la sincronización de circuitos. Se demostró entonces, que era posible sincronizar dos sistemas caóticos, siempre y cuando fuesen excitados por la misma señal, independientemente del estado inicial de cada sistema (Neff y Carroll). O sea, que al perturbar adecuadamente un sistema caótico, se le está forzando a tomar uno de los muchos comportamientos posibles. Lo que ocurre es que el caos es sensible a las condiciones iniciales. Sin sincronismo, dos sistemas caóticos virtualmente idénticos, evolucionarán hacia estados finales distintos.

Más tarde, pudo aplicarse al análisis de oscilaciones en reacciones químicas, y al seguimiento del latido cardíaco. En los últimos años, la Biología se hace cargo de este nuevo tipo de procesos, modelizando comportamientos enzimáticos (Hess y Markus). Los sistemas naturales son, en su gran mayoría, no lineales, y justamente el caos es un comportamiento no lineal.

Un ejemplo introductorio: entendemos perfectamente lo que significa que alguien afirme que pesa 80.5 Kg. También es razonable que aceptemos que un boxeador pesa 75,125 Kg (sabemos que este peso sólo es válido en el momento del pesaje). Pero ¿ que opinaríamos de una persona que afirmara pesar 78,12456897355568793 Kg?. No parece razonable. Con cada exhalación eliminamos vapor de agua y dióxido de carbono en cantidades mayores a 0,0000001 Kg, con lo cual dejamos sin valor las últimas 10 cifras del peso mencionado. Y en este punto es donde empiezan algunos conceptos fundamentales.

Observación Fundamental: si empleamos un peso de 80,5 Kg en nuestras cuentas, en realidad, matemáticamente estamos empleando el número 80,50000000000000000000000...... y ahí es donde conviene comenzar a replantearse el empleo de las Matemáticas para describir la realidad física. Porque si no especificamos 100, 200 o un millón de cifras significativas, y hacemos cuentas con números redondos, en realidad estamos empleando ceros para completar las cifras significativas que no conocemos.

Por supuesto que toda persona que trabaja con datos experimentales sabe que no puede obtener resultados con mayor cantidad de cifras significativas que las que le permiten sus mediciones experimentales. Pero la pregunta vuelve a ser la misma: aunque no dispongamos de 100 cifras significativas (y en ninguna medición real se superan las 10 cifras significativas), ¿éstas cifras existen?.

Para ser más específico: si dos cuerpos chocan entre sí, aunque no podamos medir su masa con mayor exactitud que 6 cifras significativas, ¿podemos afirmar que las leyes que rigen la colisión responden a valores de masa expresados con 50 cifras significativas? (o con un millón de cifras)? ¿O para la Naturaleza existe un grado máximo de exactitud, a partir del cual la respuesta es indeterminada?.

De modo que ahora se puede formular la PREGUNTA (para la que no se tiene respuesta): ¿Con cuántas cifras significativas trabaja la Naturaleza? ¿Tiene sentido la pregunta anterior?

Todo esto no pasaría de ser un juego intelectual si no hubiera aparecido en escena la Teoría del Caos. Porque después de todo: ¿qué nos importan las cifras significativas que no podemos medir ni en los datos ni en los resultados experimentales?. Pero resulta que la Teoría del Caos puso de manifiesto que existen numerosos sistemas reales donde la respuesta a un estímulo varía en forma manifiesta con cambios minúsculos en las condiciones iniciales.

El primer experimentador del caos fue un meteorólogo llamado Edward Lorentz. En 1960 estaba trabajando en el problema de predecir el tiempo. Tenía un ordenador que calculaba el tiempo con 12 ecuaciones. La máquina no predijo el tiempo, pero en principio predijo cómo sería el tiempo probablemente. Un día, en 1961, Lorentz quiso ver unos datos de nuevo. Introdujo los números de nuevo en el ordenador, pero para ahorrar con el papel y el tiempo, solo calculó con 3 números decimales en vez de 6. Le salieron resultados totalmente diferentes. Lorentz intentó encontrar una explicación. Así surgió la Teoría que está tan de moda en nuestros días: la Teoría del Caos.

Según las ideas convencionales, los resultados habrían tenido que ser prácticamente los mismos. Lorentz ejecutó el mismo programa, y los datos de inicio casi fueron iguales (" esas diferencias muy pequeñas no pueden tener efecto verdadero en los resultados finales"). Lorentz demostró que esa idea era falsa. Al efecto que tienen las diferencias pequeñas e iniciales, después se le dio el nombre del 'efecto mariposa':
"El movimiento de una simple ala de mariposa hoy, produce un diminuto cambio en el estado de la atmósfera. Después de un cierto período de tiempo, el comportamiento de la atmósfera diverge del que debería haber tenido. Así que, en un período de un mes, un tornado que habría devastado la costa de Indonesia no se forma. O quizás, uno que no se iba a formar, se forma."

Este fenómeno, y toda la Teoría del Caos es también conocido como dependencia sensitiva de las condiciones iniciales. Un cambio pequeño puede cambiar drásticamente el comportamiento a largas distancias de un sistema. Al medir, una diferencia tan pequeña puede ser considerada 'ruido experimental' o impuntualidad del equipo. Esas cosas son imposibles de evitar, incluso en el laboratorio más moderno. Con un número inicial 1,001 el resultado puede ser totalmente diferente que con 1,000543.

Es simplemente imposible alcanzar este nivel de eficacia al medir. De esta idea, Lorentz concluyó que era imposible predecir exactamente el tiempo. Pero esto llevó a Lorentz a otros aspectos de lo que viene llamándose Teoría del Caos. Lorentz intentó encontrar un sistema menos complejo que dependiera sensitivamente de las condiciones iniciales. Estudió las ecuaciones de convección y las simplificó. El sistema ya no tuvo que ver con la convección, pero sí dependía mucho de los datos iniciales, y esta vez solo había 3 ecuaciones. Después se vio que sus ecuaciones describen precisamente una "rueda de agua".

En 1963 Lorentz publicó lo que había descubierto, pero como lo publicó en un periódico meteorológico, nadie le lo tomó en consideración. Su descubrimiento solo fue reconocido más tarde, cuando fueron redescubiertos por otros científicos. Lorentz descubrió algo revolucionario, pero tuvo que esperar a alguien que le descubriera a él.

Así surgió la nueva Ciencia que todavía en nuestros día también es muy joven. Hay muchas ideas falsas sobre el caos, según las cuales la Teoría del Caos es un tratado del desorden. Nada más lejos de la verdad. Es cierto que la Teoría dice que cambios pequeños pueden causar cambios enormes, pero no dice que no hay orden absolutamente. Una de las ideas más principales es que mientras es casi imposible predecir exactamente el estado futuro de un sistema, es posible, y aún más, muchas veces fácil, modelar el comportamiento general del sistema. Eso es lo que se muestra en el "atractor" de Lorentz. O sea, el Caos no se trata del desorden, incluso en cierto sentido podemos decir que es determinista.

¿Qué es un atractor? Consta de múltiples órbitas periódicas, representa un sistema cuya velocidad y posición cambian a lo largo de una sola dirección. Consta de dos ejes; uno representa la posición, el otro la velocidad. Los atractores pueden ser multidimensionales, pues los sistemas pueden tener muchas variables, que equivalen a otras tantas dimensiones en el espacio de estados: por ejemplo, posiciones y velocidades que varíen en tres dimensiones. Pero veamos un ejemplo.

"La rueda de agua" de Lorentz, antes mencionada, es parecida a la rueda en el parque de atracciones. Tiene cajitas (generalmente más de siete), que están colgadas a la rueda, o sea, su 'boca' siempre mira para arriba. Abajo todas tienen un hueco pequeño. Y todo eso está dispuesto bajo un flujo de agua. Si le echamos agua a velocidad pequeña, el agua después de entrar en el cajón, sale inmediatamente por el hueco. Así que no pasa nada. Si aumentamos la corriente del agua un poco, la rueda empieza a rotar, porque el agua entra más rápido a las cajitas que sale. Así, las cajas pesadas por el agua descienden dejando el agua, y cuando están vacías y ligeras, ascienden para ser llenadas de nuevo. El sistema está en un estado fijo, y va a continuar rotando a una velocidad prácticamente constante. Pero si aumentamos la corriente más, van a pasar cosas extrañas. La rueda va a seguir rotando en la misma dirección, pero su velocidad va a decrecer, se para y luego gira en la dirección contraria. Las condiciones de las cajitas ya no están suficientemente sincronizadas como para facilitar solamente una rotación simple, el caos ha conseguido el mando en este sistema aparentemente tan sencillo.

Ahora no podemos decir nada del estado de la rueda en concreto, porque el movimiento nos parece hecho totalmente al azar.

Los sistemas caóticos están presentes todos los días. Y en vez de mirarlos cada uno, investigamos los comportamientos de los sistemas parecidos. Por ejemplo, si cambiamos un poco los números iniciales del atractor, siempre nos dará números distintos que en el caso anterior, y la diferencia con el tiempo va a ser cada vez más grande, de tal forma que después de un tiempo, los dos casos aparentemente ya no tendrán que ver, pero sus gráficas serán iguales.

¿Y por qué no se desarrolló esta Ciencia hasta ahora? El 'padre' del conjunto Mandelbrot fue un libro publicado por Gaston Maurice Julia, y aunque recibió el 'Grand Prix de l'Academie des Sciences', sin visualizar sus funciones nadie le dio mucha importancia. La respuesta es simple: ordenadores. Para poner un conjunto Mandelbrot en la pantalla se necesitan 6 millones de cálculos (operaciones), que son mucho para ser calculados por científicos, pero para los ordenadores actuales es una tarea de todos los días. Y de verdad, la Teoría surgió cuando los matemáticos empezaron a introducir números al ordenador y miraron lo que éste hacía con ellos. Después trataron de visualizarlo todo de alguna forma.

Pasado un tiempo, las imágenes se veían como la naturaleza. Nubes, montañas y bacterias. Así indicaron por qué no podemos predecir el tiempo. Parecían ser iguales al comportamiento de la bolsa y de las reacciones químicas a la vez. Sus investigaciones dieron respuestas a preguntas puestas hace 100 años sobre el flujo de fluidos, cómo pasaban de un flujo suave hacia un flujo caótico, o sobre el comportamiento del corazón, o las formaciones de rocas. Los sistemas caóticos no son hechos al azar, y se conocen por unos rasgos muy simples.

Los sistemas caóticos son deterministas, o sea hay algo que determina su comportamiento.

Los sistemas caóticos son muy sensitivos a las condiciones iniciales. Un cambio muy pequeño en los datos de inicio producen resultados totalmente diferentes.

Los sistemas caóticos parecen desordenados, o hechos al azar. Pero no lo son. Hay reglas que determinan su comportamiento. Sistemas de verdad hechos al azar no son caóticos. Los sistemas regulares, descritos por la Física clásica, son las excepciones. En este mundo de orden, reglas caóticas...

Las nuevas investigaciones muestran que sí hay esperanzas de 'domesticar' el caos. Edward Ott, Ceslo Grebogi (físicos) y James A. Yorke (matemático) elaboraron un algoritmo matemático con el que un caos puede ser transformado en procesos periódicos sencillos. Y ya superaron experimentos, de los que probablemente el más importante es el experimento de A. Garfinkel de la Universidad de California. Logró transformar el movimiento caótico de un corazón sacado de un conejo en un movimiento regular. Obviamente el uso de esto en la medicina significaría un avance enorme.

La idea nueva es que no hace falta comprenderlo todo sobre el movimiento caótico para regularlo. El algoritmo Ott-Grebogi-Yorke mira continuamente a qué 'dirección' tiende el proceso, y variarlo con perturbaciones pequeñas para lograr que esté de nuevo en el 'camino' antes deseado. Naturalmente aquí no se termina de vigilar el sistema, porque después el caos aparecerá de nuevo. Yorke dice que el método es como "ayudar a andar a un elefante con un palito".

Parece que habrá más avances en el regulamiento del caos, lo cual nos daría respuesta a muchas preguntas, nos ayudaría evitar catástrofes, y daría un avance enorme a toda la Ciencia, todo el saber logrado hasta ahora.

Los sistemas caóticos son muy flexibles. Si tiramos una piedra al río, su choque con las partículas del agua no cambia el cauce del río, sino que el caos se adapta al cambio. Sin embargo, si el río hubiese sido creado por nosotros con un orden artificial, donde cada partícula de agua tuviera una trayectoria determinada, el orden se hubiera derrumbado completamente. El caos en realidad es mucho más perfecto que nuestro orden artificial; hemos de comprender el caos y no intentar crear un orden rígido, que no sea flexible ni abierto a la interacción con el medio.

Siempre hemos estado obsesionados por el control, creemos que cuantas más técnicas creemos, más control tendremos sobre el mundo. Pero con cada tecnología nueva que introducimos se nos echan encima muchos problemas, para cada uno de los cuales hemos de inventar nuevas tecnologías. Volvamos al ejemplo del río: si tiramos una piedra el cauce no cambia, pero si tiramos una roca gigante la flexibilidad del sistema caótico no será suficiente. Es lo que ocurre en la Tierra: es un sistema caótico, siempre cambiante y adaptándose, pero si nos pasamos de la raya el sistema se puede romper. De hecho lo está haciendo y por eso tenemos problemas con la capa de ozono, el aumento de la temperatura global y el deshielo, problemas con los recursos como el petróleo, etc.

Aprender a vivir en el caos no significaría aprender a controlarlo, ni a predecirlo. Al contrario: hemos de enfocar la cuestión desde el punto de vista de que nosotros también somos parte del caos, no nos podemos considerar como elementos aparte. Desde esa perspectiva lo que podemos hacer es vivir de la creatividad del caos, sin intentar imponernos: si conseguimos realmente formar parte del sistema, el concepto de sujeto y objeto desaparecerán, con lo cual el problema del control también[47].

Veamos unos ejemplos donde se ve claramente que la Tierra es una unidad caótica: un bosque, por citar algo, puede llegar a ser muy flexible y adaptable debido a su rica red de rizos retroalimentadores que interactúan con el medio constantemente. Algunos bosques, incluso, se han ajustado a cambios drásticos. Pero cuando este sistema caótico se desestabiliza (porque empezamos a talar bosques, por ejemplo), la conducta no lineal puede hacer que su dinámica cambie abruptamente o que incluso se colapse. Ya tenemos el ejemplo de tierras sobre las que hace años hubo ricos bosques que creaban su propio microclima y ellos mismos hacían que las condiciones les fueran favorables; sin embargo, ahora no se puede plantar ni una sola planta ahí. Cortar un árbol puede significar que el bosque se quede con un árbol menos. Cortar diez árboles también. Pero cortar mil árboles puede no significar que el bosque se quede con mil menos, sino que a partir de ahí se extingan todos. Los procesos naturales de la Tierra son indivisibles y constituyen un holismo capaz de mantenerse y alimentarse, al menos que en el sistema caótico intervenga algún factor que lo desestabilice.

En la atmósfera de nuestro planeta hay considerables cantidades de metano. Por lógica, todo el metano y el oxígeno libres deberían haber entrado en una reacción de combustión. Como Lovelock remarcó, metano, oxígeno, sulfuro, amoníaco y cloruro de metilo están en la atmósfera en diferentes niveles de concentración de lo que podríamos esperar que ocurriera en una probeta. Lo mismo ocurre con el porcentaje de sal del mar. Estas concentraciones aparentemente extrañas resultan ser las óptimas para la supervivencia de la vida sobre la Tierra, es decir, la Tierra se comporta como un ser vivo, con los bosques, los océanos y la atmósfera como sus órganos.

Cuando un automóvil (fruto de la visión mecanicista) se avería, buscamos la parte averiada. Es una parte la que hace que todo el coche deje de comportarse como una unidad (porque por mucho que metamos la llave no arranca). Pero en los sistemas caóticos, como son las familias, las sociedades o los sistemas ecológicos, el problema se desarrolla siempre a partir de todo el sistema, nunca a partir de una "parte" defectuosa. Siempre es necesario tener en cuenta todo el contexto en el que se manifiesta un problema.

El cuerpo humano también es un sistema caótico. Está claro que es imposible predecir el recorrido que una partícula cualquiera tendrá dentro de nuestro cuerpo. También está claro que la medicina todavía no puede hacer una predicción acerca de la evolución del cuerpo de determinado individuo. Sin embargo, el cuerpo humano, a pesar de las

[47] Este último párrafo responde a una visión antropológica que no compartimos, pues el hombre trasciende lo puramente material como es bien sabido.

muy diferentes condiciones externas a que puede estar expuesto (clima, alimento, esfuerzo físico, etc.), siempre mantiene una forma general. Es tan resistente a cambios (dentro de lo que cabe) porque los sistemas caóticos son muy flexibles. Una enfermedad es algo impredecible, pero si el cuerpo no tuviera la libertad de ponerse enfermo, con cualquier cambio producido el sistema se desmoronaría.
Hasta tal punto es flexible dicho sistema, que mantiene una forma más o menos parecida durante más de 70 años, a pesar de que ningún átomo de los que hoy forman nuestro cuerpo era el mismo hace 7 años. La explicación de que un sistema tan impredecible como el cuerpo humano sea tan estable está en que es un atractor extraño y está lleno de atractores extraños. El sistema siempre es atraído hacia un determinado modelo de conducta; si cambiamos algo en el sistema éste vuelve cuanto antes hacia el atractor extraño. Esto no significa que la conducta sea mecánica, todo lo contrario: es impredecible. Sólo sabemos hacia dónde va a tender.

Por ejemplo, en el corazón la conducta atractora es el disparo de una secuencia de neuronas. Conocemos aproximadamente el ritmo que debería tener el corazón, pero éste siempre tiene pequeñas irregularidades. Estas pequeñas alteraciones son una señal de salud del corazón, una muestra del vigor del sistema caótico, que es flexible a los cambios. El caos permite al corazón un abanico de comportamientos (grados de libertad) que le permiten volver a su ritmo normal después de un cambio.

Un organismo sano, animal o vegetal, es un atractor extraño, cada uno con su particular grado de libertad y grado de regularidad.

BIBLIOGRAFÍA

1. Alligood, K, T.; Sauer, T.; Yorke, J. A. 1996.- *Chaos: Am Introduction to Dynamical Systems.*

Springer-Verlag. New York.

2. Crutchfield, J. P.; Farmer, J.D.; Packard, N.H.; Shaw, R.1986.- Chaos, *Sci. Am.*255(6) 46-57.

3. Gleick, J. 1988.- *Chaos: making a new science.* Penguin Books, New york.

4. Lorenz, E.N. 1963.-"Deteministic Nonperiodic Flow", *J. Atmos. Sci.*20 130-141.

5. Lorenz, E.N. 1993.-*The essence of Chaos*. University of Washington Press. New York.

6. Ott, E. 1993.-*Chaos in Dynamical Sustems.*Cambridge University Prees. New York.

7. Robertson, R.; Combs, A. eds. 1995.-*Chaos Theory in Psychology and the Life Sciences.* Lawrence

Erlbaum Associates: Mahwah, New Jersey.

8. Stewart, I. 1991.-*¿Juega Dios a los dados? La Nueva matemática del Caos.* Grijalbo Mondadori.Barcelona.

2. Este excelente artículo, o ensayo como lo titula su autor, nos puede servir de presentación a la *nueva visión de Caos* que damos aquí:

Para mayor sencillez nos referimos, como ya hemos expuesto precedentemente, a la trayectoria de un único punto material m. El hecho de que en general su trayectoria sea *irreversible* en el marco de la ND, no significa que sea *impredecible* o *indeterminada.* Es muy complicada, eso si, baste tomar en consideración que su masa ya *no es constante* -como se postula en la mecánica newtoniana- si no que será función del tiempo, $m = m(t)$; determinar y cuantificar esta variación es fácticamente imposible pues depende en cada instante de la velocidad, aceleración y posición de los demás cuerpos que interaccionan con esta masa puntiforme $m(t)$. Esta *impredecibilidad* o *indeterminación* es debida a la imposibilidad de información, en cada instante y posición de la partícula, pero la realidad es perfectamente *determinista.* No consideramos aquí fenómenos que pertenecen al ámbito de la Relatividad o de la Mecánica Cuántica, que añadirían mayor complejidad al problema. Si concebimos, como hiciera Perre Simon de Laplace, "una *inteligencia tal* que a un instante dado conociera todas las fuerzas que animan la Naturaleza y las posiciones de los seres que las forman", y añadimos: en el marco de la *irreversibilidad* de la ND, en este caso no habría *indeterminación.* A este ***Ser** de tal inteligencia* los creyentes lo llamamos ***DIOS***.

3. Para continuar nuestra exposición hacemos un inciso:

Como ya vimos, el nuevo paradigma dinámico de la ND entraña la posible ***no conservación*** del ***momento angular*** y del ***momento lineal*** en ***sistemas aislados,*** cosa imposible en el marco de la DC. En esta línea, el hecho experimental más contundente es el vuelo de los insectos en un vacío del *98,7%* equivalente a *10 mb* . La *conservación de la energía,* que hemos denominado *Primera Ley Fundamental***,** también se cumple sen la ND, pero no es tan absoluta como en DC en aquellos procesos en los que se *crea* o se *destruye momento lineal.* Lo explicaremos con un sencillo ejemplo:

Supongamos un insecto (por ejemplo el "Bombus terrestris" de la prueba descrita) que se propulsa en el *vacío* y en ausencia de gravedad a partir del reposo; el movimiento es respecto a un *referencial de inercia,* hasta adquirir una determinada velocidad y energía cinética, con trayectoria recta respecto a este referencial, y deja de propulsarse al cabo de un intervalo de tiempo: su movimiento continuará rectilíneo y uniforme, pues el insecto está aislado, por tanto no actúan fuerzas exteriores. En esta situación cambiamos de *referencial* a otro en reposo respecto al insecto, que reanuda la propulsión en sentido opuesto, sobre la misma recta, hasta alcanzar la misma velocidad y energía cinética, momento en que detiene la propulsión. Su movimiento es rectilíneo y uniforme respecto a este *segundo referencial* pero está de nuevo en reposo respecto al *primero;* sobre la misma recta pero no necesariamente en el punto de partida, aunque obviamente se puede alcanza esta situación. Este *reposo* significa que ha *desaparecido* tanto la energía cinética de ida como la de regreso. Ambas proceden del consumo energético de los músculos que mueven las alas. Resultado en evidente contradicción con el principio de conservación de la energía. Este hecho, aunque sorprendente, no lo es tanto si pensamos que no conocemos la energía cinética presente en el Universo, puesto que todos los marcos inerciales de referencia son equivalentes; no tenemos un *referencial absoluto* (fracaso de la experiencia de MICHELSON – MORLEY, etc). Así no es tan extraña esta *desaparición de energía cinética* puesto que desconocemos su *totalidad.*

La ND, con su *irreversibilidad* y su capacidad para dar entrada real a la *no conservación* de las *tres fundamentales leyes de conservación* –basadas en los axiomas de la DC–, abre un nuevo capítulo en la comprensión de la Naturaleza. La expresión matemática de los fenómenos físicos es muchísimo más compleja, incluso imposible, aún con la potente ayuda de los modernos ordenadores; el descubrimiento del ***caos*** en el Cosmos es consecuencia de esta debilidad científica: la física matemática, con sus grandes e innegables logros, no posee el alcance que pretendía.

4. El ***orden dentro del caos,*** que muy bien describe el precedente ensayo, es consecuencia de que no existe *indeterminación* sino *ignorancia,* dada la enorme complejidad del problema de la trayectoria de un solo cuerpo, no aislado de otros, pues está sometido a interacciones, fuerzas en definitiva. Si se trata de dos cuerpos, el "sencillo" de tres, o de prácticamente infinitos -como en el movimiento de los fluidos-, entonces la magnitud del problema lo hace absolutamente inabordable globalmente; sólo se podrán hacer predicciones aproximadas de corto alcance en el tiempo; es el caso de las limitaciones descubiertas por LORENTZ en meteorología. En este caso existe un *orden:* siempre existirán los ciclos anuales de invierno, primavera y verano, pero jamás se repetirán iguales; incluso pueden suceder fenómenos sorprendentes como la presencia de nuevas glaciaciones o cambios climáticos impredecibles, semejantes a otros que ya sucedieron en épocas pretéritas, como registran los registros fósiles y los estudios geológicos, etc., pero que jamás se repiten al igual que sucede en los *"atractores"*; lo mismo podríamos afirmar acerca de la periodicidad de las mareas y otros fenómenos. Pensamos que la presencia de *"bifurcaciones"* en los fenómenos caóticos indica este orden en medio del ***caos*** y es una manifestación de que en la ND los *dos posibles sentidos* de recorrido tienen como consecuencia *dos trayectorias diferentes,* que sólo coinciden en el punto en el que se invierte el sentido del recorrido bajo las mismas condiciones. Esta dualidad queda asimismo de manifiesto en la forma de muchos de los *"atractores"* estudiados como el de LORENTZ, el péndulo esférico, etc. La presencia de orden indica en definitiva que el ***CAOS absoluto no existe.***

Citamos, como complemento, otros interesantes trabajos acerca de la presencia del ***CAOS*** en la Naturaleza, cuya *causa última* permanece hasta el presente desconocida y que, a la luz de la ND, no es otra que la ***IRREVERSIBILIDAD de las trayectorias de las partículas materiales*** en que se resuelve la materia del Universo. Los exponemos a continuación, total o parcialmente, para dar en forma directa las ideas actuales sobre tan importante tema.

a) "CAN ORDER COME OUT OF CHAOS?"[48]

"For God is not the author of confusion . . " (I Corinthians 14:33).

"There is a new science abroad in the land-the science of *chaos!* It has spawned a new vocabulary: "fractals," "bifurcation," "the butterfly effect," "strange attractors," and "dissipative structures,"

---

[48] *CAN ORDER COME OUT OF CHAOS? by Henry M. Morris and John D. Morris. Institute for Creation Research, PO Box 2667, El Cajon, CA 92021*
Voice: (619) 448-0900 FAX: (619) 448-3469 "Vital Articles on Science/Creation" June 1997

among others. Its advocates are even claiming it to be as important as relativity and quantum mechanics in twentieth-century physics. It is also being extended into many scientific fields and even into social studies, economics, and human behavior problems. But as a widely read popularization of chaos studies puts it:

Where chaos begins, classical science stops: 1) There are many phenomena which depend on so many variables as to defy description in terms of quantitative mathematics. Yet such systems—things like the turbulent hydraulics of a waterfall—do seem to exhibit some kind of order in their apparently chaotic tumbling, and chaos theory has been developed to try to quantify the order in this chaos. Even very regular linear relationships will eventually become irregular and disorderly, if left to themselves long enough. Thus, an apparently chaotic phenomenon may well represent a breakdown in an originally orderly system, even under the influence of very minute perturbations. This has become known as the "Butterfly Effect." Gleick defines this term as follows: Butterfly Effect: The notion that a butterfly stirring the air in Peking can transform storm systems next month in New York. 2) There is no doubt that small causes can combine with others and contribute to major effects—effects which typically seem to be chaotic. That is, order can easily degenerate into chaos. It is even conceivable that, if one could probe the chaotic milieu deeply enough, he could discern to some extent the previously ordered system from which it originated. Chaos theory is attempting to do just that, and also to find more complex patterns of order in the over-all chaos. These complex patterns are called "fractals," which are defined as "geometrical shapes whose structure is such that magnification by a given factor reproduces the original object. 3) If that definition doesn't adequately clarify the term, try this one: "spatial forms of fractional dimensions." 4) Regardless of how they are defined, examples cited of fractals are said to be numerous-from snowflakes to coast lines to star clusters. The discovery that there may still be some underlying order —instead of complete randomness— in chaotic systems is, of course, still perfectly consistent with the laws of thermodynamics. The trouble is that many wishful thinkers in this field have started assuming that chaos can also somehow generate higher order—evolution in particular. This idea is being hailed as the solution to the problem of how the increasing complexity required by evolution could overcome the disorganizing process demanded by entropy. The famous second law of thermodynamics—also called the law of increasing entropy—notes that every system—whether closed or open—at least *tends* to decay. The universe itself is "running down," heading toward an ultimate "heat death," and this has heretofore been an intractable problem for evolutionists…"

b) " IMPLICACIONES DEL CAOS DETERMINISTA EN LA ECONOMÍA Y LA GESTIÓN EMPRESARIAL"[49]

"INTRODUCCIÓN "

"En este trabajo se abordan sobre las implicaciones filosóficas y metodológicas de la teoría del caos y la sensibilidad a las condiciones iniciales sobre el concepto de complejidad, el paradigma científico, el análisis económico y el enfoque para su estudio y la gestión empresarial. La posibilidad de generar comportamientos aparentemente erráticos a partir de sistemas deterministas sencillos ha influido en el desarrollo del significado del vocablo complejidad, pasando de una complejidad cuantitativa tradicional a una complejidad cualitativa, en la que resaltan la importancia de la globalidad, las relaciones no lineales de retroalimentación positiva y las propiedades emergentes. Por último, también se traduciría en las nuevas técnicas a aplicar en la gestión empresarial en un entorno complejo, basadas en la importancia de los conceptos de comportamiento cualitativo, retroalimentación, desorden, globalidad, adaptabilidad, flexibilidad, inestabilidad, endogeneidad, creatividad, aprendizaje, integración y fractalidad.

COMPLEJIDAD Y CAOS

La ciencia del caos y de lo complejo supone uno de los grandes avances en la investigación científica del siglo XX y representa un cambio de enfoque radical en la concepción que existe sobre el poder de la ciencia.

El caos termina con la dicotomía que existía bajo el enfoque determinista tradicional entre determinismo y aleatoriedad[1]. Según este enfoque la incertidumbre proviene de la ignorancia de las diversas causas involucradas en la realización de un evento así como de la complejidad del mismo. Henri Poincaré, ya en sus estudios pioneros en este campo, se dio cuenta de que no son necesarios sistemas complejos para producir aleatoriedad, según él, esto es debido a lo que se conoce como “sensibilidad a las condiciones iniciales” que origina

---

[49] " IMPLICACIONES DEL CAOS DETERMINISTA EN LA ECONOMÍA Y LA GESTIÓN EMPRESARIAL".
Ruth Mateos de Cabo Universidad San Pablo-CEU Elena Olmedo Fernández Universidad de Sevilla

que un error pequeño en la medición de éstas se convierte en un gran efecto el fenómeno final, de manera que la predicción se convierte en imposible[2].

Alrededor del cambio de siglo, los avances realizados en las ciencias naturales y las matemáticas sembraron serias dudas sobre la validez de la visión mecanicista. Así, mientras el desarrollo de la teoría de la relatividad o de la mecánica cuántica supusieron un desafío para la visión del mundo determinista, el descubrimiento de las propiedades matemáticas de diversos sistemas dinámicos supuso una amenaza para la teoría determinista en sí misma. Se demostró que podían surgir problemas a la hora de predecir la evolución de sistemas dinámicos que son completamente deterministas en el sentido de que en su definición no intervienen elementos estocásticos.

Una consecuencia inmediata de los resultados obtenidos en el estudio de los sistemas dinámicos no lineales consiste en la necesidad de una revisión de la distinción popperiana entre determinismo científico y teorías deterministas[3]. Este concepto de teoría determinista está basado en las propiedades matemáticas de sistemas dinámicos básicamente lineales. Cuando aparecen en escena sistemas dinámicos no lineales que no poseen la propiedad de predecibilidad conocida a partir de los sistemas deterministas lineales, las teorías deterministas tienen que ser diferenciadas de acuerdo con su posible resultado. Dichas teorías pueden comportarse de la forma descrita en el esquema popperiano y puesto que su funcionamiento no difiere esencialmente de los sistemas lineales, pueden denominarse sistemas dinámicos cuasi-lineales. Sin embargo, no debe olvidarse que existen teorías deterministas que se comportan de una forma aleatoria, apareciendo así los conocidos como sistemas no lineales caóticos.

La teoría del caos, cuya principal aportación es, como se ha visto, que proporciona un medio para producir un origen determinista para un proceso estocástico, añadiendo a las variables aleatorias otra posible fuente de azar, presenta dos aspectos que han recibido un interés creciente en las últimas décadas:

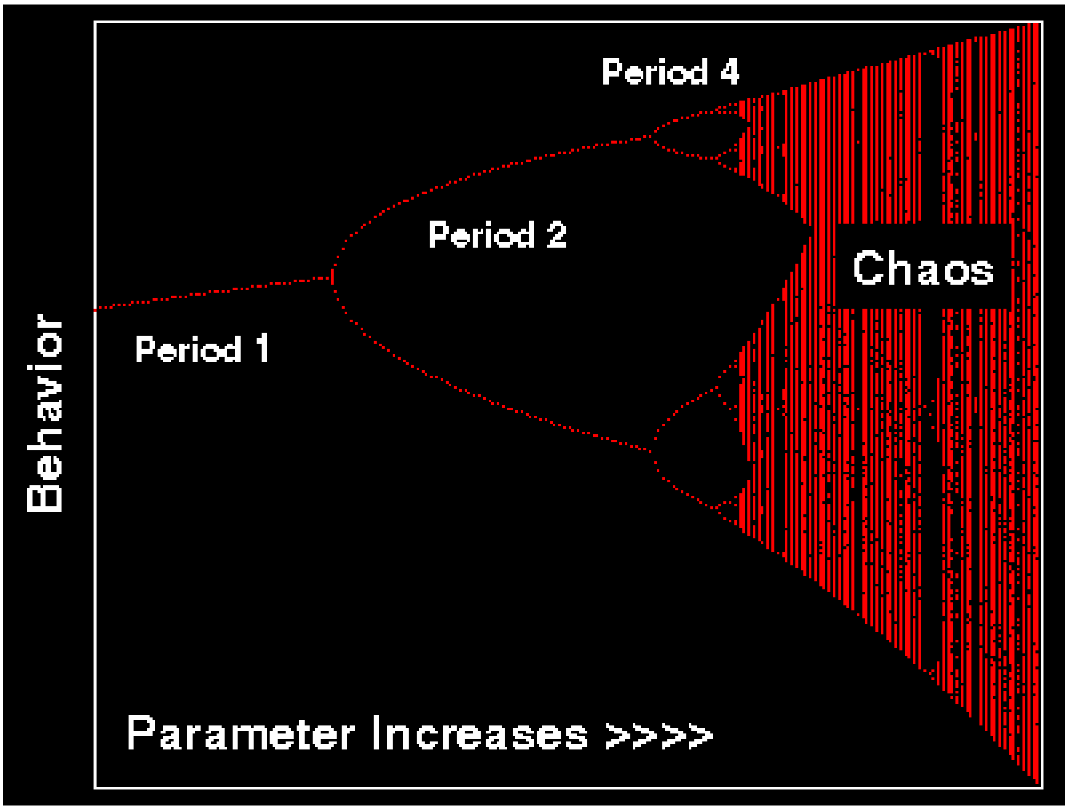
El comportamiento caótico puede ser extraño, pero no es raro, de ahí su aplicación a disciplinas tan diversas como la física, la química, la meteorología, la biología, la epidemiología y la medicina.

El caos en una clase creciente de sistemas dinámicos puede ser descrito a través de un número relativamente pequeño de objetos matemáticos y se han descubierto ciertas propiedades universales que no parecen depender del sistema específico bajo estudi.

Por lo tanto, la teoría del caos, desde el comienzo tuvo un carácter interdisciplinario muy marcado, aunque su naturaleza universal se haya exagerado en ocasiones…"

[1] Prigogine, I. (1997): *El fin de las certidumbres*; Taurus, pag. 217.
[2] Poincaré, H. (1952): *Science and Method*; Dover Publications, pag. 76.
[3] Popper, K:R. (1994): *El universo abierto*; Tecnos, pag. 59.

c) " BIFURCATION" (1)[50]



"Roughly speaking, a bifurcation is a qualitative change in an attractor's structure as a control parameter is smoothly varied. For example, a simple equilibrium, or fixed point attractor, might give way to a periodic oscillation as the stress on a system increases. Similarly, a periodic attractor might become unstable and be replaced by a chaotic attractor.

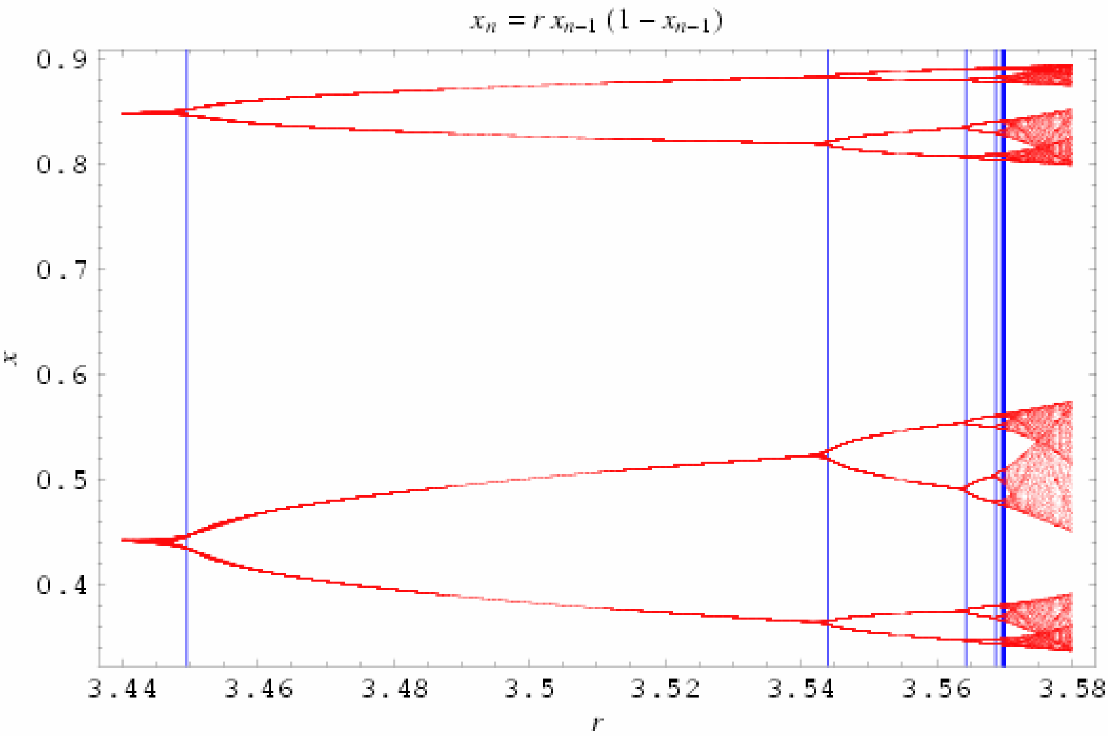
In Benard convection, to take a real world example, heat from the surface of the earth simply conducts its way to the top of the

[50] Exhibits || CompLexicon || Timeline. © The Exploratorium, 1996

atmosphere until the rate of heat generation at the surface of the earth gets too high. At this point heat conduction breaks down and bodily motion of the air (wind!) sets in. The atmosphere develops pairs of convection cells, one rotating left and the other rotating right.

In a dripping faucet at low pressure, drops come off the faucet with equal timing between them. As the pressure is increased the drops begin to fall with two drops falling close together, then a longer wait, then two drops falling close together again. In this case, a simple periodic process has given way to a periodic process with twice the period, a process described as "period doubling". If the flow rate of water through the faucet is increased further, often an irregular dripping is found and the behaviour can become chaotic…"

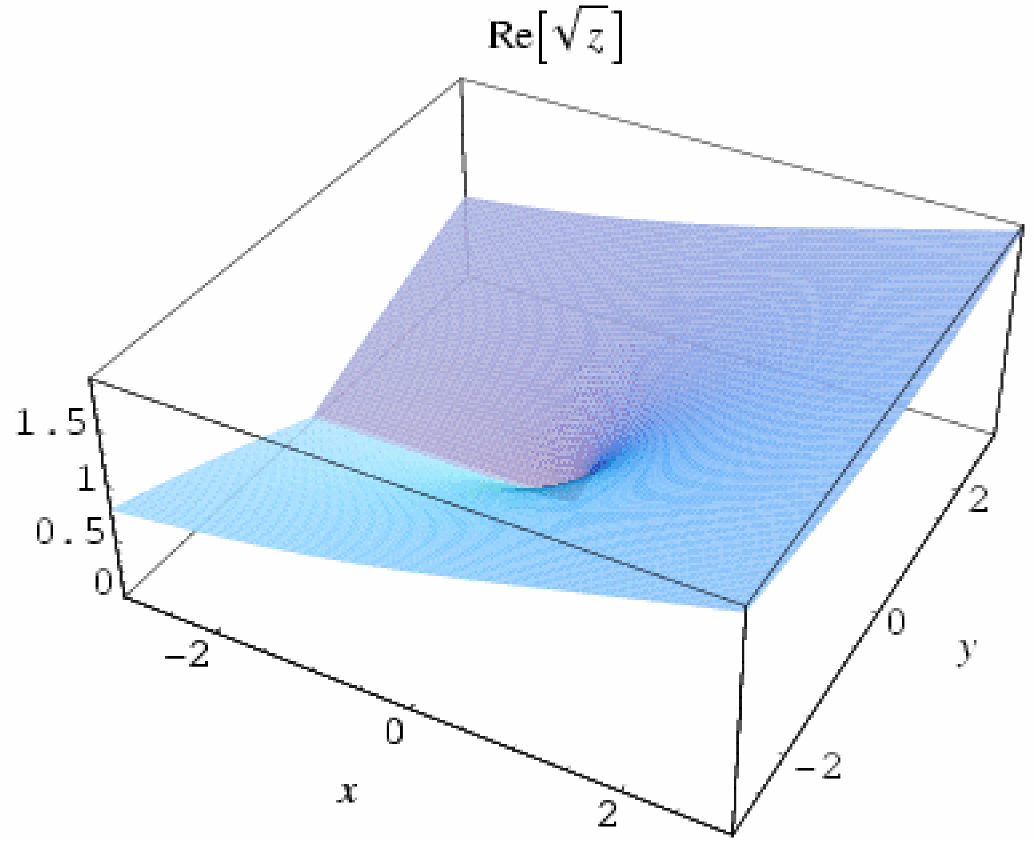
d) " BIFURCATION" [51] (2)



"In a dynamical system, a bifurcation is a period doubling, quadrupling, etc., that accompanies the onset of chaos. It represents the sudden appearance of a qualitatively different solution for a nonlinear system as some parameter is varied. The illustration above shows bifurcations (occurring at the location of the blue lines) of the logistic map as the parameter is varied. Bifurcations come in four

[51] Weisstein, Eric W. "Bifurcation." From *MathWorld*--A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/Bifurcation.html

basic varieties: flip bifurcation, fold bifurcation, pitchfork bifurcation, and transcritical bifurcation (Rasband 1990).



More generally, a bifurcation is a separation of a structure into two branches or parts. For example, in the plot above, the function $\Re\left[-\sqrt{z^2}\right]$

where $\Re[z]$ denotes the real part, exhibits a bifurcation along the

negative real axis $x = \Re[z] < 0$ and $y = \Im[z] = 0$

SEE ALSO: Branch, Codimension, Feigenbaum Constant, Feigenbaum Function, Flip Bifurcation, Hopf Bifurcation, Logistic Map, Period Doubling, Pitchfork Bifurcation, Tangent Bifurcation, Transcritical Bifurcation. [Pages Linking Here] "·

"REFERENCES":

"Guckenheimer, J. and Holmes, P. "Local Bifurcations." Ch. 3 in *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields, 2nd pr., rev. corr.* New York: Springer-Verlag, pp. 117-165, 1983.

Lichtenberg, A. J. and Lieberman, M. A. "Bifurcation Phenomena and Transition to Chaos in Dissipative Systems." Ch. 7 in *Regular and Chaotic Dynamics, 2nd ed.* New York: Springer-Verlag, pp. 457-569, 1992.

Rasband, S. N. "Asymptotic Sets and Bifurcations." §2.4 in *Chaotic Dynamics of Nonlinear Systems.* New York: Wiley, pp. 25-31, 1990.

Weisstein,E.W."Books
aboutChaos."
http://www.ericweisstein.com/encyclopedias/books/Chaos.html.

Wiggins, S. "Local Bifurcations." Ch. 3 in *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos.* New York: Springer-Verlag, pp. 253-419, 1990. "

e) "SCIENCE OF CHAOS OR CHAOS IN SCIENCE"

Physicali agazine, 17, (1995) 3-4, pp.159-208*a M*[52]

(Citamos sólo la parte de este importante trabajo de Jean Bricmont que atañe más directamente a nuestro propósito).

"Chaos and determinism: Defending Laplace."
The concept of dog does not bark.
B. Spinoza

"Determinism and predictability."

"A major scientific development in recent decades has been popularized under the name of “chaos”. It is widely believed that this implies a fundamental philosophical or conceptual revolution. In particular, it is thought that the classical world-view brilliantly expressed by Laplace in his “Philosophical Essay on Probabilities” has to be rejected <4>. Determinism is no longer defensible. I think this is based on a serious confusion between *determinism* and *predictability*. I will start by underlining the difference between the two concepts. Then, it will be clear that what goes under the name of “chaos” is a major scientific progress but does not have the radical philosophical implications that are sometimes attributed to it.

[52] " Jean Bricmont Physique Théorique, UCL, B-1348 Louvain-la-Neuve, Belgium

In a nutshell, determinism has to do with how Nature behaves, and predictability is related to what we, human beings, are able to observe, analyse and compute. It is easy to illustrate the necessity for such a distinction. Suppose we consider a perfectly regular, deterministic *and* predictable mechanism, like a clock, but put it on the top of a mountain, or in a locked drawer, so that its state (its initial conditions) become inaccessible to us. This renders the system trivially unpredictable, yet it seems difficult to claim that it becomes non-deterministic <5>. Or consider a pendulum: when there is no external force, it is deterministic and predictable. If one applies to it a periodic forcing, it may become unpredictable. Does it cease to be deterministic?

In other words, anybody who admits that *some* physical phenomena obey deterministic laws must also admit that some physical phenomena, although deterministic, are not predictable, possibly for “accidental” reasons. So, a distinction must be made <6>. But, once this is admitted, how does one show that *any* unpredictable system is *truly* non-deterministic, and that the lack of predictability is not merely due to some limitation of our abilities? We can never infer indeterminism from our ignorance alone.

Now, what does one mean exactly by determinism? Maybe the best way to explain it is to go back to Laplace : “ Given for one instant an intelligence which could comprehend all the forces by which nature is animated and the respective situation of the beings who compose it- an intelligence sufficiently vast to submit these data to analysis- it would embrace in the same formula the movements of the greatest bodies of the universe and those of the lightest atom; for it, nothing would be uncertain and the future, as the past, would be present before its eyes.” The idea expressed by Laplace is that determinism depends on what the laws of nature are. G ven the state of the system at some time, we have a formula (a differential equation, or a map) that gives in principle the state of the system at a later time. To obtain predictability, one has to be able to measure the present state of the system with enough precision, and to compute with the given formula (to solve the equations of motion). Note that there exist alternatives to determinism: there could be no law at all; or the laws could be stochastic: the state at a given time (even if it is known in every conceivable detail) would determine only a probability distribution for the state at a later time.

How do we know whether determinism is true, i.e. whether nature obeys deterministic laws? This is a very complicated issue. Any serious discussion of it must be based on an analysis of the fundamental laws, hence of quantum mechanics, and I do not want to enter this debate here <7>. Let me just say that it is conceivable that we shall obtain, some day, a complete set of fundamental physical laws (like the law of universal gravitation in the time of Laplace), and then, we shall see whether these laws are deterministic or not <8>.

Any discussion of determinism outside of the framework of the fundamental laws is useless <9>. All I want to stress here is that the existence of chaotic dynamical systems does not affect *in any way* this discussion. What are chaotic systems? The simplest way to define them is through sensitivity to initial conditions. This means that, for any initial condition of the system, there is some other initial condition, arbitrarily close to the first one so that, if we wait long enough, the two systems will be markedly different <10>. In other words, an arbitrarily small error on the initial conditions makes itself felt after a long enough time. Chaotic dynamical systems are of course unpredictable in practice, at least for long enough times <11>, since there will always be some error in our measurement of the initial conditions. But this does not have any impact on our discussion of determinism, since we are assuming from the beginning that the system obeys some deterministic law. It is only by analysing this deterministic system that one shows that a small error in the initial conditions may lead to a large error after some time. If the system did not obey any law, or if it followed a stochastic law, then the situation would be very different. For a stochastic law, two systems with the *same* initial condition could be in two very different states after a short time <12>.

It is interesting to note that the notion that small causes can have big effects (in a perfectly deterministic universe) is not new at all. Maxwell wrote: "There is a maxim which is often quoted, that 'The same causes will always produce the same effects' ". After discussing the meaning of this principle, he adds: "There is another maxim which must not be confounded with that quoted at the beginning of this article, which asserts 'That like cause produce like effects.' This is only true when small variations in the initial circumstances produce only small variations in the final state of the system" <13>. One should not conclude from these quotations <14> that there is nothing new under the sun. A lot more is known about dynamical systems than in the time of Poincaré. But, the general idea that not everything is predictable, even in a deterministic universe, has been known for centuries. Even Laplace emphasized this point: after formulating universal determinism, he stresses that we shall always remain "infinitely distant" from the intelligence that he just introduced. After all, why is this determinism stated in a book on *probabilities*? The reason is obvious: for Laplace, probabilities lead to rational inferences in situations of incomplete knowledge (I'll come back below to this view of probabilities). So he is assuming from the beginning that our knowledge is incomplete, and that we shall never be able to *predict* everything. It is a complete mistake to attribute to some "Laplacian dream" the idea of perfect predictability <15>. But Laplace does not commit what E. T. Jaynes calls the "Mind Projection Fallacy": "We are all under an ego-driven temptation to project our private thoughts out onto the real world, by supposing that the creations of one's own imagination are real properties of Nature, or that one's own ignorance signifies some kind of indecision on the part of Nature" <16>. As we shall see, this is a most common error. But, whether we like it or not, the concept of dog does not bark, and we have to carefully distinguish between our representation of the world and the world itself.

Let us now see why the existence of chaotic dynamical systems in fact supports universal determinism rather than contradicts it <17>. Suppose for a moment that no classical mechanical system can behave chaotically. That is, suppose we have a theorem saying that any such system must eventually behave in a periodic fashion <18>. It is not completely obvious what the conclusion would be, but certainly *that* would be an embarassment for the classical world-view. Indeed, so many physical systems seem to behave in a non-periodic fashion that one would be tempted to conclude that classical mechanics cannot adequately describe those systems. One might suggest that there must be an inherent indeterminism in the basic laws of nature. Of course, other replies would be possible: for example, the period of those classical motions might be enormously long. But it is useless to speculate on this fiction since we know that chaotic behaviour is compatible with a deterministic dynamics. The only point of this story is to stress that deterministic chaos increases the explanatory power of deterministic assumptions, and therefore, according to normal scientific practice, *strengthens* those assumptions. And, if we did not know about quantum mechanics, the recent discoveries about chaos would not force us to change a single word of what Laplace wrote <19>."

"Références"

"4 V. Bauchau, Universal Darwinism, Nature, 361, 489(1993).

5 J. Baudrillard, *L'Illusion de la Fin*, Galilée, Paris, 1992.

6 T. L. Becker (ed), *Quantum Politics: Applying Quantum Theory to Political Phenomena*, Praeger, New York, 1991.

7 J.S. Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

8 H. Bergson, *L'Evolution Créatrice*, F. Alcan, Paris, 1907.

9 H. Bergson, *Durée et Simultanéité. A propos de la Théorie d'Einstein*, F. Alcan, Paris, 1923.

10 G. Bodifee, De desillusies van de natuurkunde, Snoecks 89, 396 (1989).

11 L. Boltzmann, *Theoretical Physics and Philosophical Problems. Selected Writings*, ed. B. McGuinness, Reidel, Dordrecht, 1974.

12 H. Bondi, Physics and Cosmology, Observatory, 82, 133 (1962) (Halley Lecture).

13 E. Borel, La Mécanique Statistique et l'Irréversibilité, in, Oeuvres, Tome 3; p.1697, éd. CNRS, Paris, 1972.

14 M. Born, *Natural Philosophy of Cause and Chance*, Clarendon Press, Oxford, 1949.

15 A. Boutot, *L'Invention des Formes*, Odile Jacob, Paris, 1993.

16 J. Bricmont, Contre la philosophie de la mécanique quantique, in *Les sciences et la philosophie. Quatorze essais de rapprochement*, Vrin, Paris, 1995.

17 H. Broch, *Au coeur de l'extraordinaire*, L'Horizon Chimérique, Bordeaux, 1992.

18 D. Chandler, *Introduction to Modern Statistical Mechanics*, Oxford U. P., Oxford, 1987.

19 J. Cohen, I. Stewart, *The Collapse of Chaos*, Penguin Books, New York, 1994. "

f) "Chaos Theory : On a disorderly note[53]

"A glimpse into the orderly world of disorder - a study of the **chaos theory.** *The flapping of a single butterfly's wing today produces a tiny change in the state of the atmosphere. Over a period of time, what the atmosphere actually does diverges from what it would have done. So, in a month's time, a tornado that would have devastated the Indonesian coast doesn't happen...*

Ian Stewart

Sounds too much like the insane ramblings of a lunatic, does it not? Well, my friend, welcome to the world of Chaos, a world where order is a tailor-made creation of disorder.

The Chaotic Universe

[53] By Anirban Ray Choudhury. Published: 5/24/2004:
"BUZZLE.COM" Intelligent Life on the web".
"Home World News Article Directory Escape Hatch Message Boards Free eCards Lo"

To understand Chaos, let us first begin with Linear and non-linear systems. Linear systems, simply defined, are a set of repetitive events where the principal event is the sum of the secondary events, all the secondary events following a linear relationship. Periodicity is the most important factor in establishing a linear system. Take, for example, the motion of a bicycle. The forward motion of the vehicle is determined by the circular movement of its wheels, which is periodic in nature (i.e., any given point on the wheel would rest on the surface of the road at periodic intervals).

A non-linear or chaotic system, on the other hand, is a set of non-linear, non repetitive events resulting in the principal event which is not predictable as the sum of the individual events. In other words, chaos is the randomness originating from sensitivity to initial conditions. For example, let us consider a long queue of bicycles parked next to each other, the last bicycle being parked against a, say, explosive detonator. Now, if there is a piece of brick lying say a foot away from the first bicycle upon which John happens to stumble, the result would follow a sequence of events as shown below: The first◊ falls on the first bicycle ◊ John Stumbles on the brick the last bicycle lands on ◊ ◊ ◊ ◊ bicycle topples over onto the second bicycle there is an explosion five hundred metres away.◊the detonator Now, we can see from the above example that while there is seemingly no relationship between a brickbat and an explosion a few hundred metres away from it, if we rollback for n number of iterations, we find that a chain of events interlinks the two. With a little imagination, the example can be stretched to the theory of chaos which states that any uncertainty in the initial state of a given system would give rise to rapidly growing errors in the effort to predict the future behaviour - (Gollub and Solomon). And when we speak of the butterfly calming flapping its wings, we are actually speaking of tiny errors being inserted into the wind flow at the point of origin, which would gradually avalanche into a much larger error, causing a tornado somewhere that was not supposed to happen at all had the weather stuck to its initial state of motion.

The Initial Steps

The first signs of thinking in "chaotic" terms were observed way back in 1900, when Henri Poincaré came up with the idea that in case of three bodies in mutual gravitational attraction, there can be orbits which are not periodic, though not perpetually expanding or contracting. In 1961, a meteorologist by the name of **Edward Lorenz** came to realize that seemingly minuscule events may have a large bearing on subsequent events, i.e., there need not be a linear relationship between two events affecting one another. While experimenting with a twelve equation model of the weather, Lorenz observed that the same set of data yielded surprisingly dissimilar results depending upon the number of digits in use after a decimal point. After further observations, Lorenz concluded that it was impossible to predict the weather with accuracy even though the seasons followed an order. Encouraged by the uniqueness of the results, Lorenz then proceeded to analyze the behaviour of convection currents, and after making several observations with varied data sets, he developed a three equation model for the water wheel. On proceeding to graph the observations, Lorenz observed that the curve maintained the shape of a double spiral. This was a surprising discovery indeed, inasmuch that the curve deviated from the principles of the two known order states – the steady state and the state of periodic behaviour (where the system indefinitely repeats itself). While his curve was ordered, it was neither in a steady state nor repetitive (and therefore not in periodic motion).

Thus began the Theory of Chaos. Lorenz proceeded to write a paper on his discovery, but failed to cause much stir in the scientific community – the class bias that persisted in those days did not encourage the idea of treating a meteorologist as a mathematician!

The Mathematician & His Fractals

Benoit Mandelbrot, a mathematician working with IBM, was studying the fluctuations in cotton prices, when he observed that whatever be the mode of analyzing the data on the prices, the results invariably refused to fit into a normal distribution, even though they fit perfectly into trend models. Thus, although each price change was random and unpredictable, a scaled up graph of the price changes showed that there were surprising similarities between the daily and monthly price variation trends, regardless of the fact that the period over which the data had been accumulated had seen two world wars and a depression. His observations led to the conclusion that there was a scaled down self duplication as the reference frame grew smaller; i.e.; there is order hidden within chaos and vice-versa. It was the study of this non-periodic self similarity that gave rise to the idea of fractal dimensions.

Fractal Dimensions

A fractal is simply any image that has the attribute of self similarity. Though nearly impossible to conceive, a fractal dimension is easy to understand. Take for example Koch's Curve which is nothing but equilateral triangles being added on to each side of another equilateral triangle, the process being repeated an infinite number of times. The result is a star like formation with infinite number of star like arms which in turn nest an infinite number of star formations and so on. Owing to this crinkly, star like formation, a

Koch curve takes up a lot more space than a one dimensional line. At the same time, since it does not have an area (area being a two-dimensional concept), it is not as effective in filling up space as a rectangle or a square. Therefore, the dimension of a Koch curve fractal lies somewhere between one and two.

But why does a fractal have to exist? What is it that creates a fractal? Well, at the core of all chaotic motion there are strange attractors - attractors that form the "nucleus" of the motion curve. When a complex dynamical chaotic system because unstable, these attractors draw the stress and the system splits. This is called bifurcation. In Lorenz's tri-equation formula for the curve of a water wheel's motion, the spiral distribution of the motion has a narrow base which fans out towards the exterior and then again contracts back towards the centre. The attractors, known as Lorenz attractors, split the stress of the motion in two directions. Actually, it is these attractors that cause order to be maintained in chaotic motion – without them there would be an unbounded state, that is, the motion curve would be forever expanding.

The Chaotic Contributions

Okay, so we now have a reasonable picture of the properties of a chaotic system; it is bounded, sensitive to initial conditions, transitive, and is aperiodic. But how does it aid the advancement of science, or for that matter, mankind?

Before the advent of the theory of chaos, the consensus of the scientific community was that if the uncertainty in initial conditions could be marginalized, the uncertainty in the final conditions would shrink proportionately. Chaos theory has shaken the fundamentals of this belief to the core, meaning that probably nothing is sacrosanct anymore. This has also opened up a whole new way of looking at systems – a degree of dynamism has been introduced to what was earlier considered static.

There are several ways in which science can benefit with a proper understanding of chaos. For example, in any living being, the genetic code defines the species, the structure and the identity of an individual. However, while the function of the gene code is understood, it is not known as to how the basic building blocks, i.e, DNA, distribute the information required to create a complex organism. The chaos theory could perhaps hold the key to this query. Again, while earlier all systems were considered as non-chaotic, thereby leading to the possibility of fatal errors of judgement, now we can distinguish between chaotic and non-chaotic systems. The theory can also explain the turbulence in fluid motion and non-periodic oscillations in radio circuits. The fractal nature of blood vessels can also be studied, thanks to chaos.

> While a lot of work has already been done in this field, there remains many a dark corner which is yet to be explored – theories such as the one of Chaos lead the way towards the ultimate aim of mankind – the understanding of everything."

5. Terminamos aquí nuestra exposición en la que una serie de investigaciones, realizadas sin tregua durante un lapso de tiempo amplio, nos ha conducido a la presente *etiogénesis del CAOS*, tema que tiene muy ocupados a relevantes científicos y en muy diversas áreas del saber. Aunque ya se ha aludido a la *"flecha del tiempo"* de EDDINGTON, en que los intentos de explicación se remontan a la remota antigüedad de ARISTÓ-TELES y sobre todo con TOMÁS DE AQUINO en la Edad Media: "*El Tiempo es la medida del movimiento (numerus motus) según un antes y un después"*. Para que exista este *"accidente de la substancia"* es preciso que la materia esté en *movimiento* y además que este *movimiento* sea *irreversible,* de lo contrario no tiene sentido la connotación *"según un antes y un después"*. La ND, cuyo punto de partida es el descubrimiento de que las trayectorias –a partir de la descrita por un punto material– son *irreversibles en general*, nos ha permitido dar una visión más unitaria de la realidad del COSMOS.

CAPÍTULO VI

PRUEBAS EXPERIMENTALES

Inseparablemente a la creación del marco teórico que aquí presentamos, se han realizado una serie de pruebas experimentales que lo confirman y han servido además para superar muchos e importantes escollos que de otro modo hubiera resultado muy difícil e incluso imposible. Se resumen en lo que sigue las más significativas, sin descender a detalles que forman parte de las correspondientes memorias de investigación experimental.

1. *Sustentación no aerodinámica de insectos voladores*. Esta prueba se realizó por vez primera en 1977 en el laboratorio de la Facultad de Farmacia de la Universidad de Navarra, Pamplona. Se hicieron ensayos con himenópteros: *Bombus terrestris* y con dípteros: *Calliphora vomitoria*, a la presión de *13 mb* correspondiente a la presión parcial de vapor de agua a 15^o *C*. No se puede eliminar el vapor de agua utilizando una bomba de vacío distinta de una “trompa de agua”, pues entonces el insecto se deforma mucho y no puede volar. En este fluido enrarecido (*98.5%* de la presión atmosférica normal: *1013 mb*) vuelan perfectamente durante más de un minuto, incluso en situación de *“hovering”*, sin apreciarse diferencias en su capacidad de sustentación y maniobra.

Este trabajo se registró en 1977. Después se ha repetido varias veces y por personas distintas; siempre con los mismos resultados. Al final de este capítulo se repruduce íntegro nuestro artículo en *Scientific American* (1986), en el que se describe la forma de realizar esta prueba experimental.

2. *Sistema mecánico rotativo que destruye el momento angular* que posee inicialmente respecto aun eje vertical fijo y con rozamiento despreciable, violando, por tanto, la ley de conservación del mismo. Registrado en 1984. Este sencillísimo mecanismo se compone de un disco, de masa M, giratorio según un eje vertical, en el que se ancla una varilla elástica, asimismo vertical, en cuyo extremo se fija otra masa $m < M$ que oscila con ella y gira con el disco. El sistema se detiene en pocas vueltas y sólo queda la oscilación de la masa m en un plano vertical. El momento angular inicial respecto al eje ha desaparecido. La energía cinética inicial se ha transferido a la oscilación de m.

3. ***Sistema mecánico rotativo que crea o destruye momento angular*** partiendo del reposo inicial, o modificando el que poseía hasta alcanzar una rotación estable aumentando o disminuyendo el momento angular inicial respecto al eje vertical de giro. Este aparato está formado por un disco de masa M que puede girar respecto a su eje vertical con rozamiento despreciable; en él va montado un motor eléctrico (cuya masa forma parte de M) de eje asimismo vertical paralelo al anterior. Este motor mueve, de forma excéntrica, una masa $m < M$ mediante un brazo horizontal. La batería de alimentación de $4.5V$ está fijada también al volante (y su masa forma parte de M). Esta prueba se realizó por primera vez y se registró en 1984.

4. ***Motor rotativo sin cigüeñal ni bielas,*** basado en la transformación de la energía de un pistón, en su correspondiente cilindro, sin acudir al mecanismo de biela-manivela u otros análogos. Se han construido dos modelos distintos. Barcelona, 1989.

5. ***Propulsor lineal sin reacción.*** Está basado en que $m = m(t)$ en esta ND y en el "desacoplamiento" de fuerzas mediante disipación de energía cinética, por rozamiento, entre dos de las masas que componen el sistema (necesariamente tres o más). Se construyeron numerosos modelos, basados en las posibilidades que abre la ND, siempre con resultados negativos. En mayo de 1988 se descubrió, experimentalmente, la necesidad de disipar una parte de la energía cinética del sistema para deshacer el "acoplamiento" de las fuerzas previstas por la ND. De esta forma se lograba que la resultante en CM del sistema fuera no nula; esta posibilidad está corroborada por la teoría, pues estas fuerzas dependen de la velocidad de cada una de las masas que lo componen. Suponiendo que el propulsor lineal sin reacción (PLSR) está compuesto por tres masas m_1, m_2, m_3, que interaccionan sobre la misma trayectoria recta mediante energías potenciales y cinéticas; además de las fuerzas de aceleración, previstas por la DC cuya resultante es nula, deberán presentarse, en este caso particular, las fuerzas de la ND:

$$(1/2)\sum(dm_i/dt)v_i\mathbf{s} \qquad (42)$$

siendo ***s*** un *versor* según la recta común de acción. Debido al *"acoplamiento"* esta *resultante también es nula* con lo que no se observa propulsión alguna; sin embargo, disipando energía cinética por rozamiento recíproco entre *dos de las masas,* variarán sus respectivas velocidades pero no afectará necesariamente a la velocidad de la *tercera masa* (o lo hará en proporción muy diferente), de esta forma la resultante (42) ya no será nula: se han *"desacoplado"* las fuerzas de la ND y es posible este PLSR. Con este descubrimiento fundamental se logró superar las dificultades. Desde entonces se han construido máquinas cada vez más eficientes; las últimas son muy recientes (1993) (alimentadas por baterías *(3V)* y pequeños motores eléctricos de alto rendimiento) alcanzan velocidades entre *15* y *40 m/min.* sobre la *tercera masa* de disipación recíproca que completa el sistema. Se observa claramente –mediante el adecuado dispositivo que aísle el *sistema total*– que no existe reacción, es decir, se *crea momento lineal.* Los insectos voladores se propulsan y sustentan según prevé esta ND. Citamos en el siguiente apartado el estado de las investigaciones acerca del vuelo de los insectos, reseñado en un artículo nuestro del que reproducimos sus conclusiones finales.

6. ***Conclusiones y aplicaciones físicas*** **de la ND:**

a) El proceso expositivo lógico nos lleva a conclusiones y aplicaciones a partir de los principios y leyes teóricos establecidos; sin embargo la creatividad, la búsqueda, la síntesis, siguen el camino inverso en no pocas ocasiones. En el presente trabajo así ha sucedido, de forma que este capítulo corresponde, por lo menos en parte, a un conjunto de hechos experimentales que condujeron al análisis teórico de los principios y leyes que los rigen.

Las *leyes de conservación* de la DC dan cuenta de la mayoría de procesos corrientes, por lo menos con suficiente aproximación (por ej: el movimiento de los planetas y sus satélites) y otros factores tales como el rozamiento, la viscosidad, los regímenes turbulentos, etc., enmascaran el problema cuando debieran tomarse en consideración los efectos que se desprenden de las especulaciones teóricas precedentes. Ésta sería, en nuestra opinión, la causa de que no se hubieran formulado a su debido tiempo las *Tres leyes Fundamentales de la Dinámica* que hemos expuesto y desarrollado.

La Metafísica aristotélico-tomista, reclamaba una mejor consideración y aprecio de los aspectos cualitativos del Cosmos –de la

Dinámica en particular– que sólo la afirmación de la accesibilidad y objetivabilidad de la *esencia* de las cosas, en las mismas cosas, podía suministrar. Las "metafísicas trascendentales" –que preferiría denominar pseudo-metafísicas– nos apartan del Mundo y, en consecuencia, sólo nos ayudan a profundizar en conocimientos derivados de las leyes y cualidades que ya conocemos, pero –en sentido estricto– pueden "perderse soluciones" si no tomamos en consideración algunas cualidades de la *cosa en si*, que no tienen por qué darnos, necesariamente, los modelos de la realidad basados en apriorismos inmanentistas.

b) En uno de los primeros trabajos registrados, en que se intuía esta Nueva Dinámica que presentamos aquí, llegábamos a la conclusión –por un camino totalmente heurístico y no exento de errores, por desconocimiento total entonces de la ND– de que era posible burlar las leyes de conservación del *momento angular* y de la *cantidad de movimiento* en un sistema cerrado y libre de vínculos. En la ND, como ya se ha dicho, es fácil construir sistemas que no conserven el momento angular; para la no conservación del momento lineal es preciso, como ya se ha indicado, que exista *disipación* de energía cinética por *radiación* para desacoplar las fuerzas actuantes sobre el sistema, de lo contrario su resultante es nula y no es posible esta "propulsión sin reacción".

Esto nos sugirió la posibilidad de que en la Naturaleza existieran seres vivos cuya movilidad estuviera basada en las *Tres Leyes Fundamentales* de la ND. La respuesta más clara está, en nuestra opinión, en el vuelo de la mayoría de insectos, cuyo aleteo alcanza frecuencias muy elevadas, con un número de REYNOLDS bajísimo que prohíbe la sustentación basada en la aerodinámica conocida. En el apartado que sigue se citan algunos ejemplos y afirmaciones al respecto, entresacados de las publicaciones más recientes.

c) En el diminuto insecto *Haplothrips verbasci*, se observa que sus dos pares de "alas" no son más que barras batientes de sección aproximadamente elíptica, provistas de finísimos y muy flexibles cilios, que no pueden servir de superficie de sustentación sino que su finalidad sería –en nuestra opinión– más bien evitar la resistencia del aire al disminuir el rozamiento y facilitar el régimen laminar; la rapidísima oscilación de las alas-barra perdería eficacia al producirse turbulencias. En el apartado dedicado a "discusión e indicaciones" de uno de dichos trabajos se afirma: "El desconocimiento de los detalles acerca del mecanismo de vuelo, a tan bajo número de REYNOLDS, indica la necesidad de extensas observaciones, durante el vuelo, para determinar el movimiento de las alas-barra y de los cilios y asimismo la necesidad de profundizar en los estudios de los detalles por medio del microscopio electrónico, y también de mediciones encaminadas a precisar las propiedades físicas del conjunto de cilios..." Otro estudio termina con las siguientes palabras: "por lo tanto, se debe concluir que se posee poca y fidedigna información acerca de las fuerzas aerodinámicas generadas en el batir de alas y que el problema se debe poner de nuevo en estudio". Y en la publicación *Scientific American*, en un artículo dedicado a la sustentación –fuera de lo corriente– de determinados insectos, se afirma: "El aspecto más importante, (la sustentación de) esos insectos y otros voladores que yo he discutido, depende en buena parte de efectos aerodinámicos no estacionarios, hasta el presente desconocidos, que para ellos son beneficiosos y no un estorbo, como lo serían en los aeroplanos fabricados por el hombre".

Es evidente, pues, el desconocimiento acerca del vuelo y sustentación de los insectos. Si no existe error en todo lo expuesto y en las pruebas experimentales realizadas, la explicación resulta clara y sencilla en el marco de la ND aquí presentada: volarían aún en la ausencia de atmósfera o, por lo menos, buena parte de su sustentación y maniobra se debe a las fuerzas, adicionales a las de la DC, que contempla la ND; el aire actúa fundamentalmente para posibilitar la función respiratoria.

Nota final:

El presente trabajo es, como se indica en la Introducción, la segunda edición, corregida y reformada, del publicado en 1976. Los estudios más recientes, acerca del vuelo de los insectos, siguen aproximadamente en el mismo nivel de estancamiento que en 1975. Podemos indicar aquí que en mayo de 1977, con posteridad, por tanto, a este artículo, se realizaron pruebas de hacer volar insectos (Himenópteros: *Bombus terrestris* y dípteros: *Calliphora vomitoria*) en atmósfera muy enrarecida (*13 mb*, equivalente al *98,7 %* de la presión atmosférica normal: *1013 mb*). Esta experiencia se ha repetido después varias veces. Véase al respecto nuestro pequeño artículo: *El vuelo del abejorro,* en "Investigación y Ciencia", Febrero de 1986, pág. 41.

En la revista "Nature", vol. 344, 5 de Abril de 1990, aparece un interesante estudio: *Unconventional aerodynamics,* por ROLAND ENNOS, que expresa con claridad los problemas de la investigación más reciente. A modo de ilustración entresacamos algunos fragmentos: "More evidence has appeared showing that insects fly by mechanisms quite unlike those used by aeroplanes and helicopters. ZANKER and GOTZ have mesured the instantaneus forces produced by tethered *Drosophila melanogaster* flies and find that they cannot be explained by conventional aerodynamic theory. The forces are also evidence that these flies have unusual methods for producing lift... Studies over the past twenty years of the aerodynamics of insects in free flight have usually concluded that the forces resulting from a conventional lift mechanism would not be adequate to support or propel the insect, and this has been verified by the results of ZANKER and GOTZ...” y termina el articulo diciendo: “Their results have two important implications. First, it is clear that to solve the problem of how insects control their flight will be extremely difficult; even if we discover exactly how the large numbers of direct flight muscles control the fine details of wing movement, we will not be able to solve this problem until we have a better understanding of unsteady aerodynamics. Second, studies of the aerodynamics of aerofoils in unsteady motion are urgently needed. Such investigation might not only clarify how animals fly, but would help us to improve our own aerodynamic designs; insects and birds are, after all, far more manoeuvrable than helicopters and aeroplanes.”

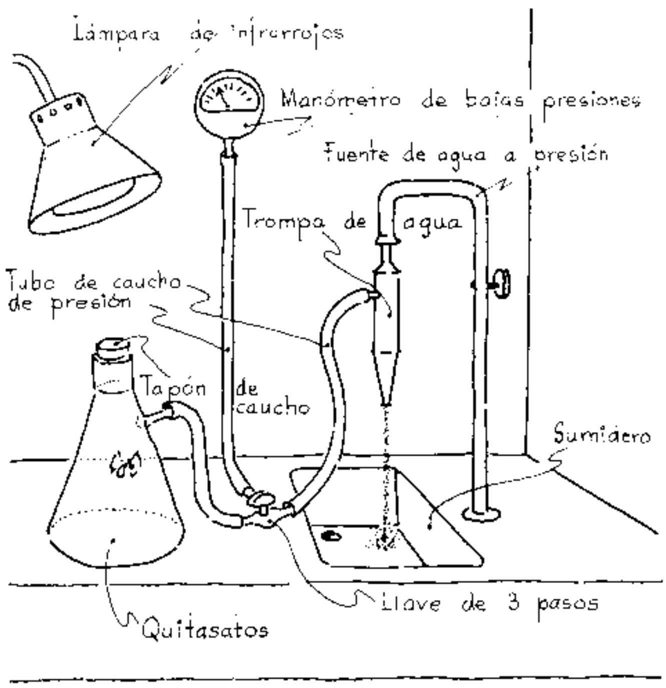
d) ***El vuelo del abejorro.*** Artículo publicado en “Investigación y Ciencia”, Febrero de 1986. Transcribimos acontinuación este trabajo completo con la corrrespondiente ilustración (ver Fig. 3):

SIKORSKY, famoso diseñador aeronáutico, había mandado colocar el siguiente rótulo en el vestíbulo de su oficina técnica: “el abejorro, según los cálculos de nuestros ingenieros, no puede volar en absoluto, pero el abejorro no lo sabe y vuela”. Son bastantes los estudios acerca del vuelo de muchos insectos y todos tropiezan con enormes dificultades cuando tratan de explicar los mecanismos de sustentación a través de la dinámica de fluidos estacionarios. Veamos algunos ejemplos:

TORKEL WEIS-FOGH escribía hace once años (en 1975) en *Scientific American* que “el aspecto más importante (la sustentación) de esos insectos y otros voladores dependía en buena parte de efectos aerodinámicos no estacionarios, hasta el presente desconocidos, que para ellos son beneficiosos y no un estorbo como lo serían en los aeroplanos fabricados por el hombre”. En otro trabajo sobre el *Haplothrips verbasci*, ARNOLD M. KUETHE se expresaba en términos parecidos: “El desconocimiento de los detalles acerca del mecanismo de vuelo, a tan bajo número de REYNOLDS, indica la necesidad de extensas observaciones durante el vuelo para determinar el movimiento de las alas-barra y de los cilios y, asimismo, la necesidad de profundizar en el estudio de los detalles

por medio del microscopio electrónico, y también de mediciones encaminadas a precisar las propiedades del conjunto de cilios...”
Podríamos añadir numerosísimos testimonios más. El lector encontrará un claro planteamiento del problema en el artículo que JOEL G. KINGSOLVER publicó en estas mismas páginas sobre la ingeniería de la mariposa (Octubre de 1985). Entre otras cosas describía las dificultades halladas en el complejo vuelo de los insectos, muchas de ellas insalvables, recurriéndose de nuevo a las hipótesis de TORKEL WEIS-FOGH.

He venido investigando, desde hace años, empírica y teóricamente, en un nuevo planteamiento de la dinámica del que la clásica sería un capítulo restringido. Entre otras cosas nos abre la posibilidad de que exista propulsión y sustentación incluso en ausencia de atmósfera. En efecto, ¿Cómo explicar, desde el punto de vista dinámico, el vuelo de los insectos?. Evidentemente no es razonable en el marco de la dinámica newtoniana en el que la conservación del momento lineal, en un sistema aislado, prohíbe este tipo de sustentación y propulsión.



Vuelo del insecto en el vacío. Montaje del experimento.

Fig. 3

En el campo de la cosmología se detectaron, ya hace muchos años, las insuficiencias teóricas de la mecánica newtoniana en sus axiomas de partida. Así, el “Primer Principio” afirma que un punto material (o un sistema) aislado describe una trayectoria recta con velocidad constante; pero el movimiento debe estar referido a unos ejes coordenados inerciales, que son externos al punto material (o sistema) considerado, con lo que el aislamiento que se postula queda en entredicho, pues nos conduce a la afirmación contradictoria de que un sistema aislado goza de la propiedad de no estar aislado. Este es "el punto más débil del soberbio edificio de la mecánica newtoniana" (P. HOENEN, 1948). Es necesario corregir este primer principio afirmando que no existen sistemas inercialmente aislados.

Con este nuevo punto de partida, unido al axioma de la conservación de la energía, se inicia la elaboración de esta nueva dinámica comenzando por el caso más sencillo en que la energía potencial es conservativa, para generalizarlo, en un segundo paso, al caso no conservativo. Nos conduce al sorprendente resultado de que, además de las fuerzas de inercia newtonianas, en las que sólo intervienen las aceleraciones de las partículas y sus respectivas masas, existen otras fuerzas de inercia –hasta ahora desconocidas– en las que intervienen, además, las velocidades de las partículas, cuya masa puede comportarse como no constante en el caso no conservativo. Estas fuerzas resultan ser isomórficas con la "fuerza de LORENTZ" del electromagnetismo, cuyo origen es puramente empírico.

En el caso conservativo, la partícula queda afectada tan sólo de una fuerza adicional a las clásicas: *fuerza de arrastre* la hemos llamado, que se superpone a la newtoniana y es normal a la trayectoria; goza de la cualidad de cambiar de signo cuando el punto material invierte el sentido de su movimiento sobre la trayectoria. Tenemos un ejemplo en el cometa HALLEY, que podría presentar asimetría a su paso por el perihelio, es decir, el arco de entrada puede no ser idéntico al de salida.

Vayamos a la observación empírica. Nos servirá de banco de prueba el abejorro, *Bombus terrestris*. El utillaje con el que contemplé la sustentación "anormal" del insecto en el vacío, constaba de una bomba de vacío, un recipiente de cristal, una válvula de tres vías y un manómetro de precisión (*véase la ilustración adjunta*). La bomba de vacío debe ser de las conocidas con el nombre de "trompas de agua", empleadas para filtrado en los laboratorios de química. No debe emplearse ningún otro tipo de bomba por una razón muy simple: es del todo necesario mantener la presión parcial de vapor de agua a la temperatura ambiente, con el fin de que el insecto no se hinche ni se deforme, como ocurriría si usáramos otro tipo de bomba aunque el vacío que se consiga sea más elevado. Además, gracias a su rapidez y eficacia, el insecto mantiene sus posibilidades de acción en el vacío durante uno o dos minutos como máximo. A la temperatura ambiente de *15 grados* CELSIUS, se consigue un vacío de *10 tor* (*13 milibares*) que frente al valor normal de la presión atmosférica (*1013 milibares*) supone un vacío del *98,7 %.*

Como recipiente de cristal transparente, donde colocar el insecto, es muy adecuado un “quitasatos” de *1000 centímetros cúbicos*, con un cerramiento hermético de caucho y una salida lateral donde enchufar el tubo de presión, también de caucho, para hacer el vacío en el momento oportuno. No interesan recipientes mayores que el indicado, con el fin de minimizar el tiempo de vaciado -unos diez segundos- y así disponer del máximo período de observación. El insecto se introduce por la abertura superior y luego se cierra herméticamente.

La válvula, de las llamadas de “tres pasos” –las hay muy simples y baratas fabricadas en cristal– intercalada en la tubería de presión, conecta la bomba de vacío con la salida lateral del “quitasatos”. Esta válvula nos permite restablecer la presión atmosférica en el recipiente, después de haber hecho el vacío, sin necesidad de desconectar la bomba, y mantener el vacío por tiempo indefinido una vez realizado. Sirve también para comprobar el nivel de vacío logrado, mediante un manómetro conectado en derivación. Por lo que al manómetro de bajas presiones se refiere, son muy seguros los de mercurio o bien los manómetros de precisión con lectura digital.

Es sabido que los insectos activan su capacidad de vuelo si alcanzan la temperatura adecuada. (Bueno será, pues, colocar cerca del recipiente una lámpara tipo “flexo”, que además de iluminar proporciona el suficiente calor por radiación).

Los resultados observacionales a que se llega son sorprendentes: durante uno o dos minutos el insecto sigue volando, o arranca a volar, sin diferencia perceptible con el vuelo a la presión atmosférica normal, incluso el tipo de vuelo en flotación, sin movimiento en sentido vertical ni horizontal. La posición de las patas del insecto es la habitual en vuelo, esto es, recogidas y plegadas hacia atrás.

La frecuencia de aleteo es una característica de cada insecto que varía entre límites muy estrechos en cada especie: alrededor de *300 hertz* para el abejorro y *150 hertz* para la mosca. La sustentación tiene una variación aproximadamente lineal con la densidad del fluido, de modo que el vuelo en estas condiciones –si lo quisiéramos explicar aerodinámicamente– supondría que el insecto es capaz de levantar un peso casi *100* veces superior al propio a la presión atmosférica normal; lo que no parece científicamente admisible.

En el caso del vuelo de los insectos el problema es, en general, no conservativo y en esta Nueva Dinámica –que hemos presentado en sus líneas genéricas al comienzo del presente artículo– aparecen fuerzas, hasta el presente desconocidas, responsables de su sustentación y propulsión (sin necesidad de aire) que permiten la explicación del hecho empírico que presentamos. Esto es consecuencia de que en este nuevo planteamiento dinámico no rigen, en general, las leyes de conservación del momento lineal y del momento angular.

La dinámica clásica sigue siendo perfectamente aplicable a aquellos casos en que el sistema se comporta *como si* estuviera inercialmente aislado, por simetrías, aceleración tangencial nula, órbita circular, etc., o bien las nuevas fuerzas resultan despreciables respecto a las debidas exclusivamente a las masas y aceleraciones de las partículas.

La *irreversibilidad* termodinámica "el extraño y molesto segundo principio" (J. MERLEAU-PONTY) incompatible con la dinámica clásica (teorema de MISRA-POINCARÉ), queda de manifiesto como corolario del nuevo planteamiento dinámico, así como el dualismo *partícula-onda*. Las ecuaciones de MAXWELL del electromagnetismo son deducidas como un caso particular límite de esta ND. Es de notar que D. W. SCIAMA en 1953, FÉLIX TISSERAND 80 años antes y, más recientemente, BRANS y DICKE, intentaron un proceso inverso: construir una teoría de gravitación isomórfica con el electromagnetismo de MAXWELL.

e) *Creación y destrucción de momento angular respecto a u eje vertical de rotación:*

Máquina A

Máquina B

1) MÁQUINA A. *"Destruye" momento angular.*

Esta máquina está compuesta de un volante de masa *M* que gira alrededor de un eje vertical, con rozamiento mínimo. En la misma dirección y centrado del eje va montado un fleje elástico de *200 mm* de longitud, *2 mm* de anchura y *0.5 mm* de grosor, que puede oscilar en el plano vertical y gira solidario con el volante; en su extremo está fijada una pequeña masa $m \ll M$ que oscila con el fleje y permanece en el eje de rotación cuando no oscila y el volante está en reposo. Ver esquema de la máquina y las correspondientes fotografías.

El *momento angular* respecto al eje de giro vertical, cuando el volante gira con velocidad angular inicial ω_o y m se halla en el eje, se debe *conservar.* Si m se separa del eje una distancia r , se reducirá la velocidad de rotación de modo que se satisfaga la relación:

$$I_r\omega_r = I_0\omega_0 \qquad (43)$$

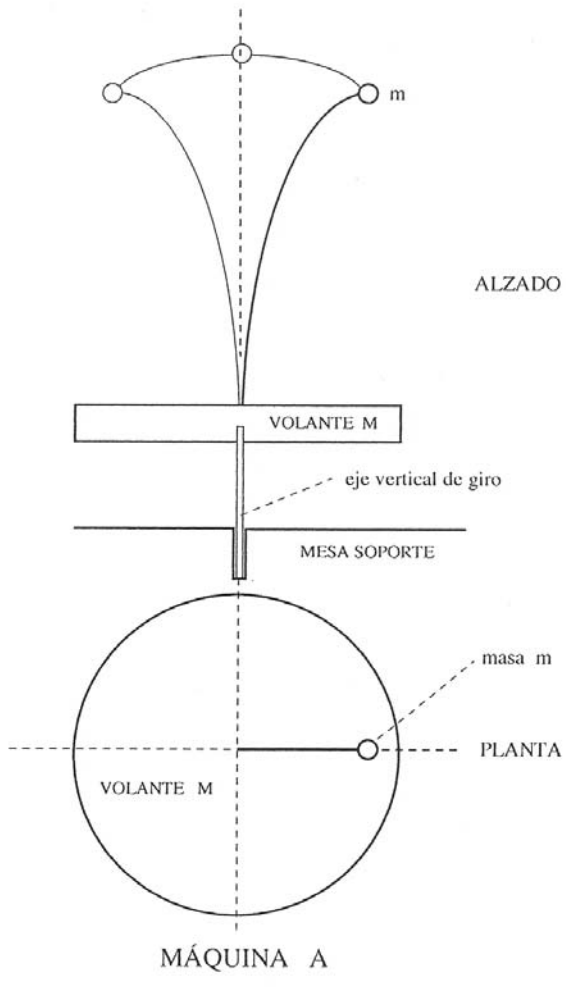
Siendo I_o el momento de inercia del volante M y ω_o la velocidad angular inicial (m es asimilada a un punto material); I_r es el momento de inercia total cuando en virtud de la oscilación, la masa m se halla a una distancia r del eje. Su valor viene dado por:

$$I_r = I_0 + mr^2$$

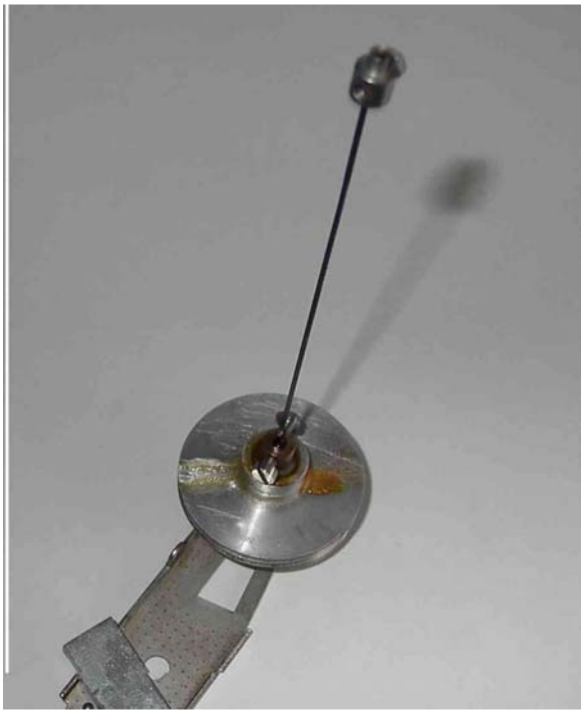
Es por tanto $I_0 < I_r$ y por la (34) debe ser:

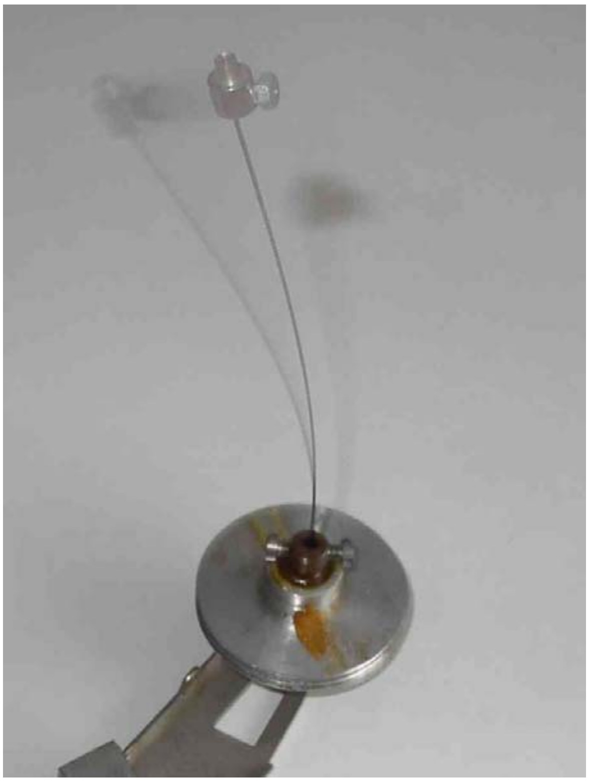
$$\omega_0 > \omega_r$$

Cuando, debido a la elasticidad del fleje, m pase nuevamente por su posición en el eje de giro, la velocidad angular deberá ser ω_o., por la *conservación del momento angular* inicial, y así sucesivamente en cada oscilación, pero esto *no es lo que se observa*, pues cuando m abandona su posición inicial inestable, en el eje de giro, las oscilaciones se hacen importantes por la acción de la fuerza centrífuga sobre m , el volante se detiene rápidamente –en solo tres o cuatro revoluciones – y *toda la energía cinética inicial* del volante se ha transformado en *energía oscilante* del fleje y la masa m . El *momento angular* inicial, respecto al eje de giro, que se debía conservar, ha desaparecido; esta máquina ***"destruye", momento angular,*** en contra de las exigencias de la DC, sin embargo este hecho es perfectamente coherente en el marco de la ND.



ESQUEMA DE LA MÁQUINA **A**

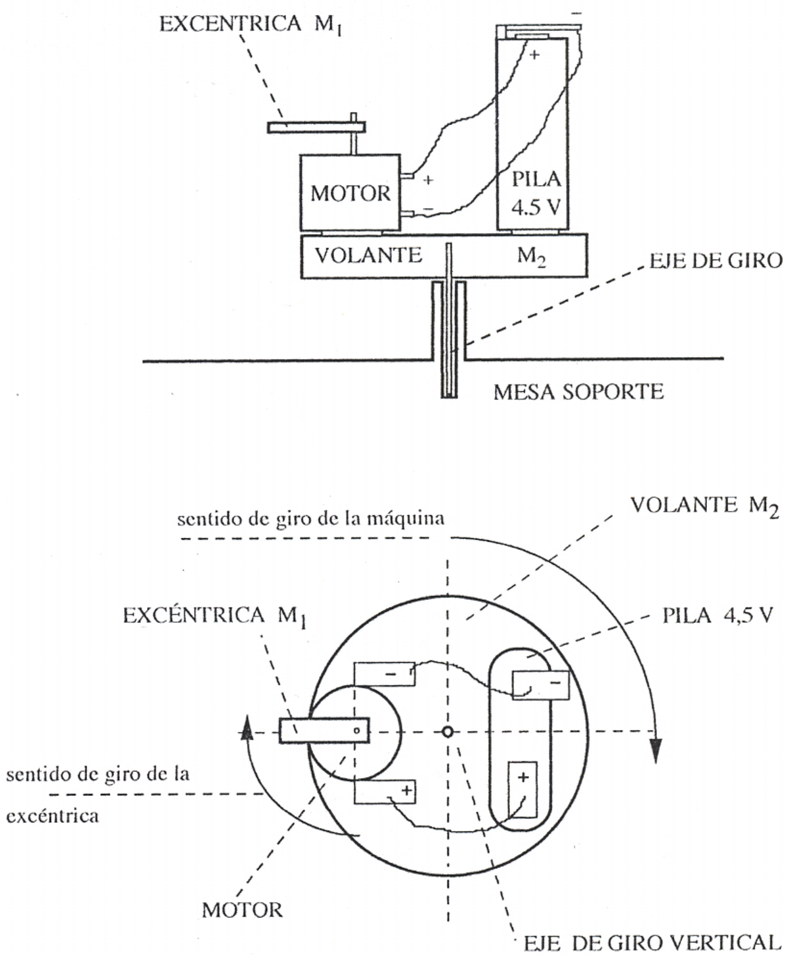




FOTOGRAFÍAS DE LA MÁQUINA A.

2) MÁQUINA B. *"Destruye"* y *"crea" momento angular.*

Esta máquina está formada por un volante de masa M que gira alrededor de un eje vertical fijo en la mesa-soporte (ver esquema y fotografías de la misma).



MÁQUINA B

ESQUEMA DE LA MÁQUINA **B**

FOTOGRAFÍAS DE LA MÁQUINA **B**

EL GIRO DEL CONJUNTO ALCANZA VELOCIDAD CONSTANTE, QUE PUEDE SER MAYOR O MENOR SEGÚN LA VELOCIDAD DE L MOTOR Y SE ESTABILIZA RÁPIDAMENTE CUANDO SE INTENTA VARIAR EXTERNAMENTE


maxell
Super
POWER ACE
RED
0%

f) *Propulsor lineal sin reacción (PLSR).*

1. En el ámbito de la Nueva Dinámica (ND) que hemos descubierto y que viene a ampliar el marco de la Newtoniana, o clásica (DC), es posible que no se cumplan las *leyes de conservación del momento lineal* y del *momento angular*, en un sistema aislado, como exige la DC. En esta ND la fuerza que actúa sobre una partícula material, de masa m, ya no es debida solamente a la aceleración que sufre respecto a un referencial de inercia, sino que intervienen otras fuerzas hasta ahora no tomadas en consideración. Sin bajar a detalles ni exposiciones teóricas, que no es nuestro propósito aquí , la fuerza total que actúa sobre una partícula, o punto material, que describe una trayectoria genérica, con velocidad $\boldsymbol{v}$, aceleración $\boldsymbol{a}$, y tomando en consideración la correspondiente evoluta (vinculada con la trayectoria a través del radio de curvatura R) viene dada por:

$$\boldsymbol{F} = [m\boldsymbol{a} + (1/2)(dm/dt)v\boldsymbol{s} - mv(dv/dt)/(dR/dt)\boldsymbol{n} - (1/2)(mv^2/R)\boldsymbol{n}] \qquad (44)$$

en la que referimos la trayectoria a un triedro de FRENET, de vectores unitarios $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$, siendo $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{s} \times \boldsymbol{n}$. Como puede observarse en (1) la masa m ya no se comporta como una constante, varía con el tiempo en general:

$$m = m(t) \qquad (45)$$

2. A la vista de la expresión (44), incluso en el caso en el que las trayectorias sean *rectas*, es posible la no conservación del *momento lineal*:

$$\boldsymbol{p} = \sum m_i \boldsymbol{v}_i$$

en un *sistema aislado*, pues, además de las fuerzas de aceleración sobre cada m_i, existe la fuerza:

$$(1/2)(dm_i/dt)\boldsymbol{v}_i = (1/2)(dm_i/dt)v_i\boldsymbol{s}_i \qquad (\boldsymbol{s}_i \text{ vector unitario}) \qquad (46)$$

que, si se hacen las cosas de forma adecuada, puede permitir la *no conservación* de **p** exigida por la DC. Nos centraremos, para máxima sencillez, en este caso simple y sencillo a fin de explicar el funcionamiento de *Propulsores Lineales Sin Reacción* (PLSR) que se expondrán más adelante

En los precedentes trabajos teóricos detallados se expone cómo se llega a la conclusión de ser $m = m(t)$; cómo se llega a la expresión general (35); etc.

3. Si se trata de un *sistema aislado* formado por sólo *dos* cuerpos en interacción rectilínea, entonces aunque puedan existir las fuerzas (3), su resultante es nula y no es posible el "*desacoplamiento*"; para ello es preciso que el sistema esté formado por *tres* o más cuerpos en interacción. Será necesario acudir a la interacción de *tres* o más cuerpos.

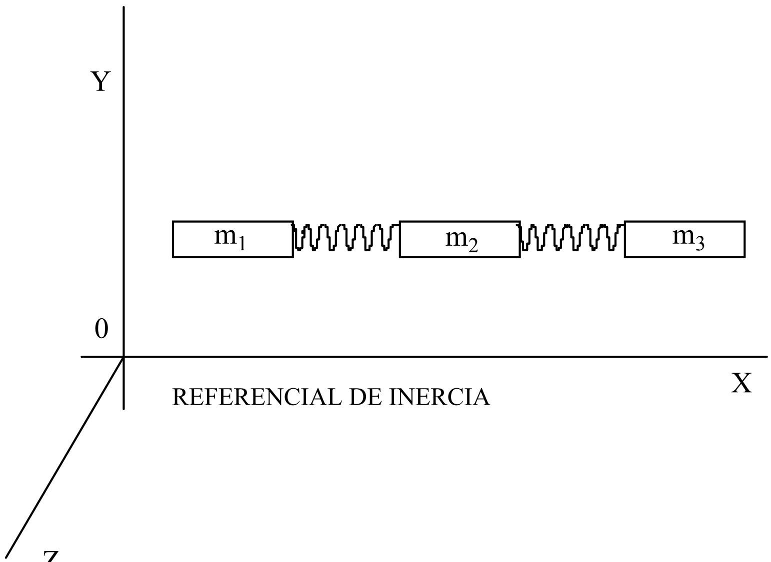


FIG. 1

Supongamos, para mayor sencillez, que se trata de *tres cuerpos* (puntos materiales) vinculados mediante interacciones *(potenciales)*, que actúan todas sobre la *misma recta* (ver esquema en la fig. 1); en que los "resortes" que unen las masas significan *energías potenciales* U_{12} , U_{23} , que dependen de las distancias x_{12} , x_{23} , entre las masas del sistema (en un referencial de inercia OXYZ). En estas condiciones el *subsistema* formado por cada masa m_i tiene una energía potencial U_i que depende de la posición x_i de la misma y del tiempo t, pues las otras dos masas evolucionan al mismo tiempo y causan esta variación temporal de su potencial. En estas circunstancias podemos escribir:

$$U = U_{12}(x_1,x_2) + U_{23}(x_2,x_3) = U_1(x_1,t) + U_2(x_2,t) + U_3(x_3,t) \qquad 47)$$

A nosotros nos interesa esta última forma individualizada [segundo miembro de (47] de expresar la energía potencial, mientras que en DC se emplea la primera [primer miembro de (47)].

En nuestra ND estas variaciones individualizadas, son la causa de que las masas varíen con el tiempo:

$$m_i = m_i(t)$$

y por tanto de que sobre cada masa m_i actúen las fuerzas adicionales:

$$(1/2)(dm_i/dt)v_i\mathbf{s}_i \qquad (48)$$

antes descritas (37) (siendo $\mathbf{s}_i$ un vector unitario según OX_i).

Según esto, si se consiguen las fuerzas (48), parece que el problema de la PLSR estaría resuelto; sin embargo no es así: las pruebas experimentales realizadas (más de veinte) nos enseñan que las fuerzas (48) se *"acoplan"* de manera que:

$$\sum(1/2)(dm_i/dt)v_i\mathbf{s}_i = 0 \qquad (49)$$

Con lo que no se observa propulsión lineal en un sistema *aislado* y *sin disipación energética*. Sin embargo ésta se hace patente cuando existe *disipación energética* entre *dos* de las masas del sistema, por ejemplo entre m_2 y m_3, y no la hay entre m_1, m_3, ni entre m_1, m_2. Basta observar la (49) para advertir que estas fuerzas dependen de la *velocidad* $\mathbf{v}_i$ de cada partícula; la disipación por rozamiento (o fenómeno parecido) hace variar las velocidades de las dos masas sobre las que actúa directamente; por ejemplo: el *rozamiento* entre las dos, pero no varía la velocidad de la tercera (o lo hace de forma totalmente distinta) con lo que se deshace el "*acoplamiento*" y resulta:

$$\sum(1/2)(dm_i/dt)v_i\boldsymbol{s}_i \neq 0 \qquad (50)$$

Evidentemente, la acción de estas fuerzas (50), adicionales a las clásicas, es la causa de que *no se conserve el momento lineal* $\boldsymbol{p} = \sum m_i v_i \boldsymbol{s}_i$, a pesar de estar aislado el sistema.

4. En la Naturaleza existen "máquinas" que funcionan propulsándose sin reacción, por las fuerzas (50), hasta ahora no tomadas en consideración por ser desconocidas. Nos referimos primariamente al vuelo de los insectos, hasta ahora prácticamente inexplicable –en la mayoría de los casos por lo menos– en base a la dinámica de fluidos conocida. Nosotros (1.976-77) hemos hecho volar insectos *("Bombus terrestris", "Calliphora vomitoria", etc.)* en el vacío *(13 mb)*. Su vuelo es perfectamente regular y sin diferencias respecto al que se observa a presión atmosférica normal *(1.013 mb)*. Para poder hacer la experiencia con el insecto en condiciones es preciso dejar la *presión parcial* del vapor de agua a la temperatura ambiente *(15º C aprox.),* de lo contrario el insecto se deforma por "hervir" a esta temperatura y no puede volar. Supone un vacío del orden del *98,7%,* que no permite, en modo alguno, la sustentación basada en fuerzas de origen aerodinámico (ver **capítulo III**).

Hacemos referencia a estas pruebas por haber sido el acicate en el ímprobo trabajo de inventar y construir máquinas que hagan lo mismo. De no haber sido así, probablemente habríamos abandonado la tarea. Para llegar a ello ha sido necesario, en primer lugar, elaborar el marco teórico que nos permitiera llegar a la expresión (50) del presente apartado; en segundo lugar, darnos cuenta de la existencia del "*acoplamiento*" y encontrar la manera de deshacerlo, mediante *disipación* de parte de la energía disponible. Este trabajo ha durado casi doce años. Los propulsores lineales más eficaces son recientes.

Esta sucinta descripción está muy relacionada con el *Segundo Principio* de la Termodinámica: no se puede conseguir trabajo sin "perder" parte del calor disponible en el "radiador", con la diferencia de que, en el caso que nos ocupa, lo que se cede en forma de disipación es el "trabajo" y se aprovecha el "calor" del radiador. No es el caso de intentar justificar aquí el porqué de esta afirmación, pues nos llevaría muy lejos.

5. Hasta 1990 las máquinas construidas estaban basadas en la interacción de *tres masas* (PLSR – 3) o *cuatro masas* (PLSR – 4) , movidas por bobinas, alimentadas por *ca 40 V* . El modelo que se describe a continuación funciona mediante oscilación rápida o *vibración* (ver fig. 2 al final del presente estudio), que es producida por la acción de una pequeña masa, m_1 , que gira de forma *excéntrica* movida por un *motor* de *3 – 8 V* , alimentado por una *batería* de *3 V* (pilas alcalinas o recargables) ambos elementos montados sobre una pequeña plataforma cuya masa total es m_2 *(motor + batería + plataforma)*.

La masa m_2 se desliza, con *disipación* de energía por rozamiento, sobre una tercera masa m_3 (formada por una tabla en posición horizontal) mediante *apoyos* (ver fig. 2), hechos con alambre de acero de *0.5 mm* , en forma de *"u"* sujetos a la plataforma m_2 , y cuya parte horizontal se desliza sobre m_3 , mientras las dos partes de sujeción forman un ángulo aproximado de *15º grad.* con la vertical (ver fig. 2); la experiencia nos ha mostrado que este ángulo es el óptimo.

El *PLSR* por *vibración* que presentamos *(PLSR – vib.)* está formado por el conjunto de estas *tres masas* y se propulsa en la dirección dada por el sentido de la *inclinación (15º grad.)* de los dos apoyos (ver fig. 2). Para comprobar que no existe *reacción* apreciable se ha colgado del techo m_3 , mediante *4* hilos de nylon (de *1.5 m* de longitud) formando con la tabla un paralelogramo deformable que conserva la posición horizontal. El sistema vibrante $m_1 + m_2$, se desplaza sobre m_3 con una velocidad que alcanzó los *40 m/minuto,* mientras ésta permanece inmóvil. En este sentido la eficacia de esta máquina es muy superior a la de los modelos precedentes: *PLSR – 3* , *PLSR – 4* , siendo su construcción mucho más sencilla.

Se pueden sustituir los *dos apoyos* formados por alambres de acero por otros equivalentes en forma de "cepillo de dientes" cuyos pelos tengan una inclinación de *15º grad.* con la vertical.

Hace unos años aparecieron en el mercado español juguetes que se propulsaban de esta forma (mediante "cepillos") sin sospechar la *propulsión sin reacción* que aquí se describe; actualmente no están a la venta.

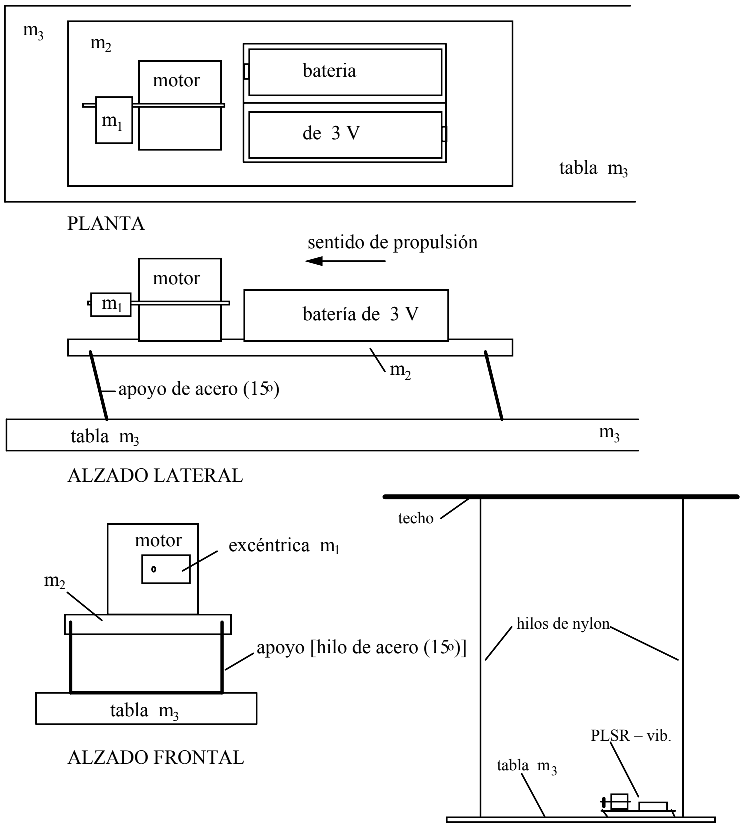
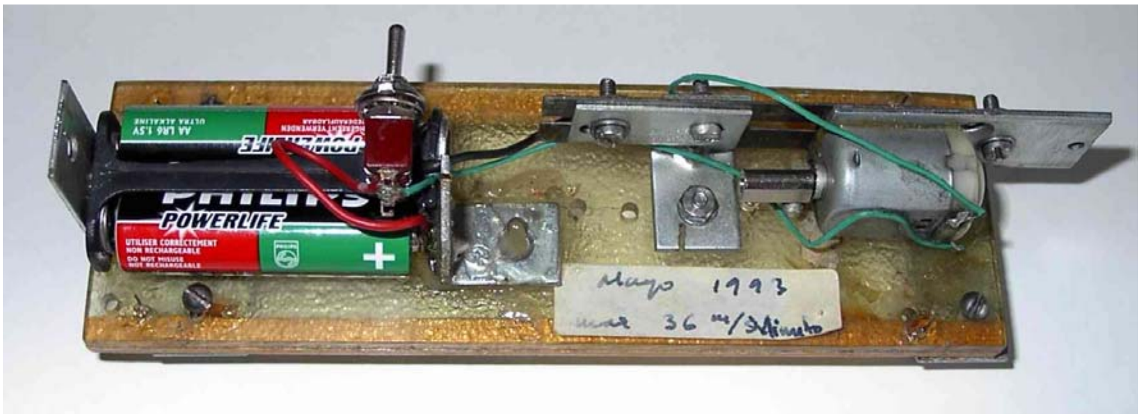
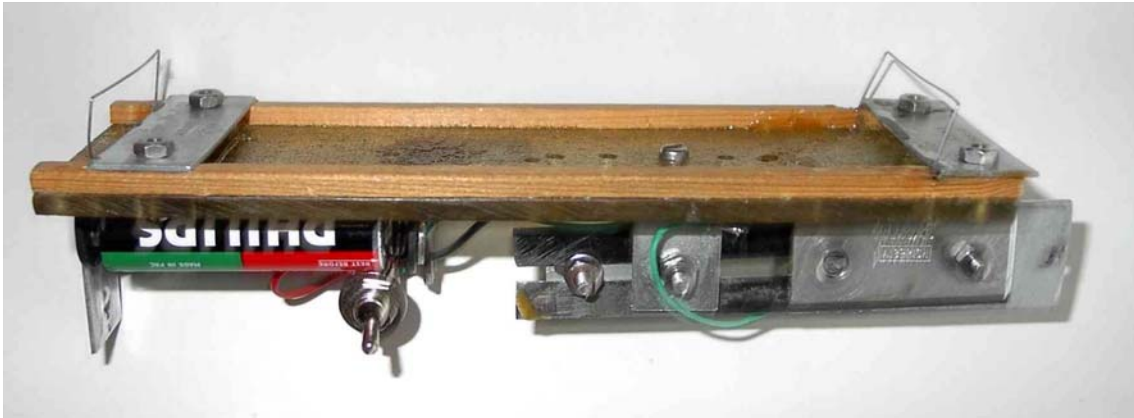


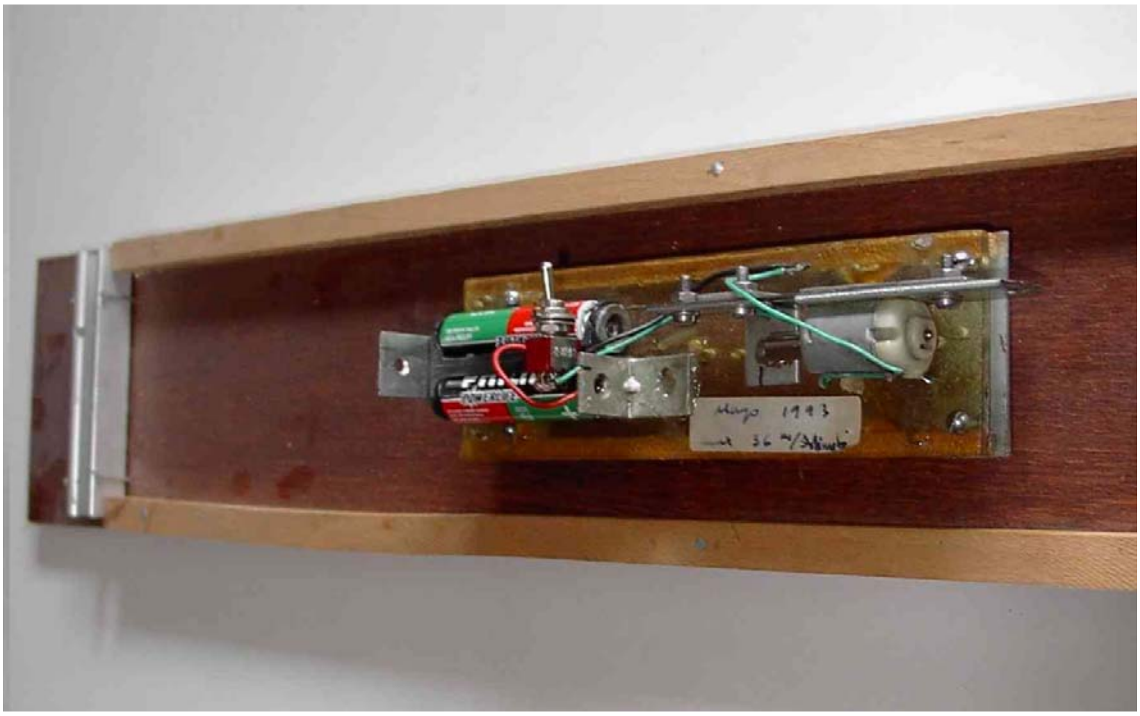
FIG. 2 ESQUEMA DEL PLSR – vib.

ESQUEMA DEL ***PLSR*** – *(vibración)*

FOTOGRAFÍAS DEL ***PLSR*** *(Vibración)*







Posición inicial con todo el sistema en reposo respecto a la plomada de la izquierda

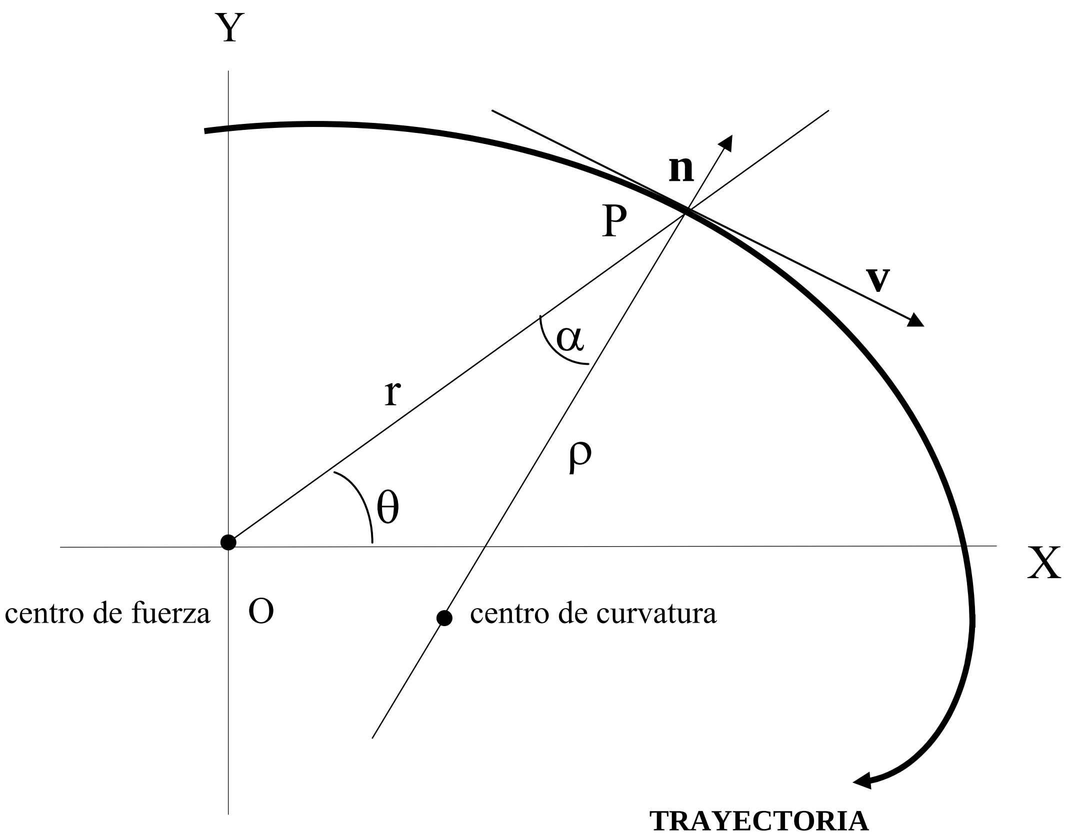
Desplazamiento del sistema hacia izquierda debido a la oscilación del mismo. La distancia entre su extremo izquierdo y la plomada es de unos 5 cm.

Desplazamiento hacia la derecha debido a la oscilación del sistema.

El sistema ha comenzado a oscilar después que el PLSR le ha cedido su momento lineal. La distancia, medida respecto a la plomada de la izquierda, es de unos 15 cm. Se observa comparando esta foto con la anterior (desplazamiento hacia la izquierda y desplazamiento hacia la derecha en una oscilación). que la amplitud es 15 – 5 = 10 cm.

g) El problema de los "dos cuerpos" en la ND

Estudiamos aquí el caso particular de *dos cuerpos* en interacción en el marco de la ND. Para mayor sencillez de exposición simplificamos el problema reduciéndolo a la acción de una *fuerza central* sobre un *punto material* de masa *m* . Es el caso de las fuerzas de gravitación, de Coulomb, etc. Plantearemos el problema con la hipótesis de que la masa *m = Constante* y expondremos que esto no es posible, ni siquiera en este caso de sólo dos cuerpos, σino que debe ser *m = m(t)* . Es evidente que lo mismo sucederá cuando se trate de *tres o más cuerpos* en interacción. Se trata de una trayectoria plana recorrida por un punto material *m* con velocidad ***v*** , aceleración ***a*** ; en *coordenadas intrínsecas* el radio de curvatura es ρ y la velocidad angular $d\theta/dt$, mientras que en *coordenadas polares* el radio al centro de fuerza *0* es *r* y su velocidad angular $d\Theta/dt$. (ver figura).



En la ND la expresión de la fuerza central en coordenadas polares (ver **Capítulo**. **IV, E** (41) p. 80), viene dada por:

$$\boldsymbol{F} = m(r\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\theta}\frac{\ddot{\theta}}{\dot{r}} + \ddot{r})\hat{r} + \tfrac{1}{2}\frac{\dot{m}}{\dot{r}}(r^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}^2)\hat{r} \tag{51}$$

Y en el triedro inercial intrínseco su expresión es:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} - mv\frac{\dot{v}}{\dot{\rho}}\hat{n} + \tfrac{1}{2}\dot{m}v\hat{s} - \tfrac{1}{2}\dot{m}\frac{v^2}{\dot{\rho}}\hat{n}$$

Hacemos la hipótesis de m pueda ser constante en cuyo caso se anulan los términos en que aparece dm/dt en las precedentes expresiones. En la ND al ser la fuerza central la aceleración $\boldsymbol{a}$ no lo será. El módulo de $\boldsymbol{F}$ será:

$$F = \textit{proyección de } \boldsymbol{a} \textit{ sobre } \boldsymbol{r} + \textit{proyección de} - mv\frac{\dot{v}}{\dot{\rho}}\hat{n} \textit{ sobre } \boldsymbol{r}$$

y a la vista de la figura podemos escribir esta expresión:

$$F = -mr\dot{\theta}^2 + m\ddot{r} + (-mv\frac{\dot{v}}{\dot{\rho}}\cos\alpha)$$

que debe ser idéntica al módulo de (51). Y simplificando términos en esta identificación tendremos:

$$\boxed{2mr\dot{\theta}^2 + mr^2\dot{\theta}\frac{\ddot{\theta}}{\dot{r}} = -mv\frac{\dot{v}}{\dot{\rho}}\cos\alpha} \tag{52}$$

En esta última (52) podemos observar que todas las trayectorias tangentes en el punto P considerado tienen localmente los mismos valores para *m, r, dr/dt. dθ/dt,* $d^2\theta/dt^2$*;* por tanto también los mismos valores para *v, dv/dt,* α radio de curvatura ρ (nótese que $v^2=\rho^2(d\Theta/dt)^2 = r^2(d\theta/dt)^2+(dr/dt)^2$) no tienen por qué poseer el mismo $d\rho/dt$. Así las cosas la igualdad (52) no se verificará en general, para la misma fuerza central ***F*** . Llegamos así a la conclusión de que la hipótesis simplificadora de considerar *m = constante* no es suficiente en general; será necesario admitir que incluso en este caso sencillo de interacción entre dos cuerpos, o fuerza central, la masa variará con el tiempo:

$$\boxed{m = m(t)}$$

Esta función *m(t)* dependerá del tipo de trayectoria: hipérbola, espiral logarítmica, exponencial, etc. que además será distinta al invertir el sentido de recorrido en cada caso. La igualdad (52) vendrá a ser:

$$\begin{aligned} &2mr\dot{\theta}^2 + mr^2\dot{\theta}\frac{\ddot{\theta}}{\dot{r}} + \tfrac{1}{2}\dot{m}\left(\frac{r^2\dot{\theta}^2}{\dot{r}} + \dot{r}\right) = \\ &= -mv\frac{\dot{v}}{\dot{\rho}}cos\alpha - \tfrac{1}{2}\dot{m}\frac{v^2}{\dot{\rho}}cos\alpha + \tfrac{1}{2}\dot{m}vsen\alpha \end{aligned} \qquad (53)$$

Ahora ya no existe inconveniente en que se verifique esta igualdad (53) para cada trayectoria debida a la acción de fuerza central. En el punto P cada trayectoria distinta tendrá diferente *dm/dt* y diferente $d\rho/dt$. Recordemos asimismo que por la irreversibilidad de las trayectorias estos valores pueden variar al invertir el sentido de recorrido.

De la exigencia *m = m(t)* es inmediato que la energía cinética que sólo dependía de la posición al ser *m constante,* ahora será asimismo función del tiempo *t* . Lo mismo sucederá con aquellos potenciales energéticos en cuya expresión interviene la masa; por ejemplo el debido a la gravedad. En un sistema aislado y sin disipación la conservación de la energía exigirá:

$$T(P, t) + U(P, t) = constante \qquad (54)$$

En la que también $U = U(P, t)$ si suponemos que t es *independiente* de la *posición* y no un simple *parámetro.* Puede ocurrir que la constante que aparece en la expresión de alguna energía potencial, en realidad no lo sea sino que sea función del tiempo a tenor de la exigencia (54); por ejemplo, en el potencial elástico: $-Kx^2$, deberá ser $K = K(t)$.

Juan RIUS – CAMPS,

Doctor Arquitecto,
Profesor de la UNIVERSIDAD DE NAVARRA.
Miembro de la REAL SOCIEDAD ESPAÑOLA DE FISICA.

Dirección:

Gran Via de Carlos III, 59, 2º, 4ª,
08028, BARCELONA.

E-mail jsriuscamps@coac.net
E-mail john@irreversiblesystems.com

Página web: irreversiblesystems.com

Tel 93 330 10 69

BARCELONA, 8 de Octubre de 2006
(Revisado, 8 Diciembre de 2009)